

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS  
CÂMPUS JATAÍ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

**KLIVER MOREIRA BARROS**

**FORMAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS: UM ESTUDO BASEADO NA  
TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL**

JATAÍ  
2015

**KLIVER MOREIRA BARROS**

**FORMAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS: UM ESTUDO BASEADO NA  
TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação para Ciências e para Matemática.

**Área de concentração:** Ensino de Ciências e Matemática

**Linha de pesquisa:** Educação Matemática

**Orientador(a):** Prof. Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz

Jataí  
2015

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)

BAR/for	<p>Barros, Kliver Moreira.</p> <p>Formação de conceitos matemáticos: um estudo baseado na teoria do ensino desenvolvimental [manuscrito] / Kliver Moreira Barros. -- 2015.</p> <p>193 f.</p> <p>Orientador: Prof. Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz.</p> <p>Dissertação (Mestrado) – IFG – Campus Jataí, Programa de Pós – Graduação em Educação para Ciências e Matemática, 2015.</p> <p>Bibliografia.</p> <p>Apêndices.</p> <p>1. Ensino desenvolvimental. 2. Formação de conceitos. 3. Tecnologias. 4. Investigação matemática. I. Vaz, Duelci Aparecido de Freitas. II. IFG, Campus Jataí. III. Título.</p> <p>CDD 370.7</p>
---------	--

KLIVER MOREIRA BARROS

**FORMAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS: UM ESTUDO BASEADO NA  
TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Educação para Ciências e Matemática e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz  
Presidente da banca / Orientador(a)  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Dr.<sup>a</sup> Cláudia Helena dos Santos Araújo  
Membro interno  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Anápolis

Prof. Dr. Esdras Teixeira Costa  
Membro externo  
Universidade Federal de Goiás – Campus Jataí

Prof. Dr.<sup>a</sup> Elivanete Alves de Jesus  
Suplente da Banca  
Pontifícia Universidade Católica de Goiás - Goiânia

Jataí, setembro de 2015.

## **DEDICATÓRIA**

À minha esposa Alcimeire Rosa Fernandes Barros e minhas filhas Nicole e Alice pelo suporte incondicional e pela compreensão nos momentos de ausência.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me dado a capacidade de desenvolver esta pesquisa de forma que obtivesse êxito nos objetivos propostos.

Agradeço minha esposa Alcimeire por ter suportado as ausências e pela paciência nos momentos difíceis da construção deste trabalho. Às minhas filhas Nicole e Alice por continuarem carinhosas mesmo nos momentos de isolamento nos finais de semana. Meu amor por vocês é incondicional. Todo o esforço foi por vocês.

Agradeço também ao meu orientador, professor Duelci, pelas brilhantes palavras e por ter compartilhado suas experiências com grande empenho.

Aos meus pais, José e Adenir, por sempre me mostrarem que é por meio dos estudos que o sucesso pode ser alcançado.

Ao meu irmão Glen e sua família, por ter sido meu apoio em toda minha vida estudantil. Foi sempre um exemplo a ser seguido.

Agradeço aos amigos Alberto Barella e sua esposa Nádia, vocês foram os grandes impulsionadores para que eu me interessasse pela pesquisa e qualificação profissional. Nunca esquecerei do apoio irrestrito para que eu pudesse cursar o mestrado e os cursos de especialização durante os períodos de trabalho.

Aos colegas de trabalho Marcos e Miriã pelo apoio irrestrito nos momentos de dificuldade.

Agradeço ainda, aos meus colegas da segunda turma, pelo companheirismo e amizade construídos durante o período das disciplinas e que sempre serão lembrados pelas brincadeiras e dedicação. Em especial, agradeço pela companhia dos colegas da grande família: Claudimary, Zaqueu, Stelamara, Marcelo e Vânia. Vocês fizeram com que os momentos longe de casa se tornassem prazerosos. À Karine, que sempre nos ajudou quando precisávamos de algo e estávamos longe. Obrigado por sua amizade e presteza. Vocês se tornaram parte da minha família.

Agradeço à direção e coordenação do colégio pela acessibilidade e aceitação da aplicação da pesquisa e à professora regente por ceder suas aulas para que a aplicação da proposta pudesse ser concluída.

Agradeço a todos os professores do programa que contribuíram muito para meu crescimento intelectual. São pessoas muito especiais, exemplos de comprometimento e dedicação com a docência.

À professora Luciene, Silvana e Mara Sandra pelo apoio. Não mediram esforços para nos atender da melhor maneira possível.

Se o ensino nas escolas vai contra a educação da intuição Matemática da criança (mais apropriada à realização de estruturas Matemáticas), tem fundamento afirmar que o ensino está mais apto a obstaculizar do que a desenvolver o raciocínio matemático do aluno. V. V. Davydov (1988).

## RESUMO

A pesquisa buscou investigar a formação de conceitos matemáticos em alunos do sexto ano do Ensino Fundamental do Colégio Estadual PM localizado em Caiapônia-GO em novembro de 2014. Para o desenvolvimento da pesquisa, utilizou-se como base teórica a integração da Teoria do Ensino Desenvolvidor proposta por Davydov, a Investigação Matemática embasada em Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) e na utilização do *software* Geogebra com o intuito de responder à questão de pesquisa: quais as contribuições que esta integração proporciona para a formação de conceitos matemáticos? A Teoria do Ensino Desenvolvidor propõe organizar e estruturar o ensino levando os alunos a formarem, de forma ativa, no processo de ensino-aprendizagem, um novo nível de desenvolvimento intelectual, não apenas se adaptando ao nível já formado. A Investigação Matemática foi utilizada de modo que auxiliasse na interação entre os alunos e o professor, fazendo com que estes explorassem o objeto de estudo, formulassem conjecturas, fizessem testes e justificassem os conceitos. Para tanto, integrou-se às etapas da investigação com o Geogebra que é um *software* matemático livre dinâmico e multiplataforma, foi utilizado como dispositivo tecnológico pedagógico, com o intuito de facilitar o processo de ensino-aprendizagem. A sequência de atividades de estudo foi estruturada, de acordo com a fundamentação teórica que foi proposta, de forma que os alunos se apropriassem da formação de conceitos de área e perímetro de figuras planas, que era um dos conteúdos previstos no cronograma letivo da professora regente da turma. Foram utilizadas cinco aulas para aplicar as atividades e duas aulas para aplicar os questionários e termos de consentimento de participação na pesquisa. As aulas foram realizadas no LIE – Laboratório de Informática Educacional da própria escola, que possui o *software* Geogebra, salientando que os alunos nunca tinham utilizado *softwares* em aulas de Matemática. A análise dos resultados foi efetuada por meio das filmagens e do caderno de anotações onde cada aluno descrevia etapas das atividades. As atividades tiveram início com a história da Matemática e da Geometria, com a finalidade de mostrar a importância social dos conceitos trabalhados. Uma aula foi utilizada para adaptação dos alunos ao *software*, nas três últimas aulas foram aplicadas atividades que levaram os alunos a identificar a essência do objeto de estudo, em outras palavras, conseguiram estabelecer as fórmulas para se calcular a área e o perímetro de quadrados e triângulos. Ao final da aplicação da proposta, percebeu-se que as atividades embasadas no Ensino Desenvolvidor fizeram com que os alunos participassem da construção do seu próprio conhecimento, se apropriando dos conceitos abordados no seu cotidiano de forma sistemática e científica, propiciando um desenvolvimento de seu pensamento teórico-científico de forma que concretizassem e aplicassem os conceitos em problemas específicos. As principais dificuldades encontradas estão relacionadas à infraestrutura do LIE, que estava em reforma próximo ao período de início das atividades; e a três alunas com dificuldades, duas delas somente copiam de uma colega e outra aluna está na escola para socialização, pois teve paralisia infantil, tendo déficit mental e paralisia dos membros.

**Palavras-chave:** Ensino Desenvolvidor. Tecnologias. Investigação Matemática. Formação de conceitos.

## ABSTRACT

The research sought to investigate the formation of mathematical concepts in students of the sixth year of the PM State College of elementary school located in Caiapônia-GO in November 2014. For the development of research, was used as theoretical basis the integration of Education Theory Developmental proposed by Davydov, Research Mathematics grounded in Ponte, Brocardo and Oliveira (2013) and the use of the Geogebra software in order to answer the question search: which the contributions that this integration provides for the formation of mathematical concepts? The Theory of Developmental Education proposes to organize and structure the school taking students to graduate, actively in the process of teaching-learning, a new level of intellectual development, not only adapting to the level already formed. Mathematics Research was used so that would help the interaction between the students and the teacher, causing them exploit the object of study, formulate conjectures, did tests and justify the concepts. To this end, integrated to the stages of the investigation with Geogebra is a dynamic, multi-platform free mathematical software was used as an educational technological device, in order to facilitate the teaching-learning process. The sequence of study activities was structured, according to the theoretical framework that was proposed so that students appropriating training concepts of area and perimeter of plane figures, it was one of the content provided in the academic schedule of teacher regent the class. Five classes to implement the activities and two classes to apply the questionnaires and terms of participation in the research consent were used. Classes were held in LIE - Educational Computer Laboratory of the school, which has the Geogebra software, noting that the students had never used software in mathematics classes. The analysis was performed through filming and notebook where each student described steps of activities. The activities began with the history of mathematics and geometry, in order to show the social importance of the concepts worked. A lesson was used to adapt the software to students in the last three classes were applied activities that led students to identify the essence of the subject matter, in other words, have managed to establish the formulas to calculate the area and perimeter of squares and triangles. At the end of the implementation of the proposal, it was realized that informed the Developmental Education activities have caused students to participate in the construction of their own knowledge, appropriating the concepts covered in their daily lives in a systematic and scientific way, providing a development of his thought theoretical and scientific so that materialize and implement the concepts into specific problems. The main difficulties are related to infrastructure LIE, who was close to retirement early period of activities; and three students with difficulties, two of them only copy of a colleague and another student is in school for socialization, as had polio, and mental deficits and paralysis of the limbs.

**Keywords:** Developmental Education. Technologies. Mathematics Research. Concept Formation.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Página inicial do <i>software</i> Geogebra – versão 2013.....	46
Figura 2 – Página inicial do <i>software</i> Geogebra – versão 2014.....	46
Figura 3 – Localização do município de Caiapônia-GO.....	79
Figura 4 – Subsecretaria Regional de Educação de Iporá-GO.....	80
Figura 5 – Visão externa do Colégio Estadual PM.....	81
Figura 6 – Pátio do primeiro corredor do Colégio Estadual PM.....	81
Figura 7 – Pátio do segundo corredor do Colégio Estadual PM.....	81
Figura 8 – Pátio da cantina e bebedouros: acesso ao segundo corredor, LIE e aos banheiros.	82
Figura 9 – Secretaria do Colégio Estadual PM.....	82
Figura 10 – Laboratório de Informática no período de reforma do prédio da instituição.....	83
Figura 11 – Laboratório de Informática após a reforma.....	83
Figura 12 – Sala do AEE.....	84
Figura 13 – Ranking do Acesso por Unidades da Federação – Computador e Internet no Domicílio (%).....	88
Figura 14 – Duas vistas do osso Ishango, com mais de 8000 anos de idade, encontrado em Ishango, às margens do lago Edward, no Zaire, mostrando números preservados por meio de entalhes no osso.....	94
Figura 15 – Representação do sistema de numeração hieroglífico egípcio dos símbolos adotados para 1 e para as primeiras potências de 10.....	94
Figura 16 – Representação do sistema de numeração dos babilônios.....	94
Figura 17 – Representação do sistema de numeração dos maias.....	95
Figura 18 – Rio Nilo e as terras cultiváveis em sua margem.....	95
Figura 19 – Ilustração das negociações que eram realizadas às margens do Rio Nilo.....	96
Figura 20 – Desenvolvimento da sociedade às margens do Rio Nilo em decorrência de sua grande potencialidade agrícola.....	96
Figura 21 – Vista aérea do Rio Nilo enfatizando sua importância para a agricultura.....	96
Figura 22 – Ilustração do trabalho agrícola às margens do Rio Nilo.....	97
Figura 23 – Botão mover - Geogebra.....	98
Figura 24 – Botão polígonos - Geogebra.....	98
Figura 25 – Botão direito na Janela de Visualização - Exibir Eixos e Exibir Malhas.....	99
Figura 26 – Função da Janela Álgebra - Geogebra.....	99
Figura 27 – Função da Janela de Visualização - Geogebra.....	99
Figura 28 – Função do campo Entrada - Geogebra.....	100
Figura 29 – Função Inserir Texto - Geogebra.....	100
Figura 30 – Inserir polígono regular - Geogebra.....	102
Figura 31 – Construção de quadrado e triângulo – Etapa 1 da atividade 4 - Geogebra.....	103
Figura 32 – Construção de quadrado e triângulo – Etapa 2 da atividade 4 - Geogebra.....	104
Figura 33 – Construção de quadrado e triângulo – Etapa 3 da atividade 4 - Geogebra.....	105
Figura 34 – Construção de quadrado e triângulo – Etapa 4 da atividade 4 - Geogebra.....	105
Figura 35 – Slide de apresentação da conclusão da história da Geometria: cálculo de áreas planas.....	106

Figura 36 – Triângulo Retângulo – Problema 1 da atividade 5 .....	107
Figura 37 – Quadrado e Retângulo – Problema 2 da atividade 5.....	107
Figura 38 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Calculadora .....	110
Figura 39 – Desenho representando a Matemática no cotidiano - Supermercado .....	110
Figura 40 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Aula de Matemática .....	111
Figura 41 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Memorização da tabuada (4 operações).....	111
Figura 42 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Aula de Matemática .....	112
Figura 43 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Relação com a Arquitetura .....	112
Figura 44 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Relação com Figuras Geométricas.....	113
Figura 45 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Quebra-cabeça .....	113
Figura 46 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Pessoa Pensativa .....	114
Figura 47 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Pessoa Pensativa .....	114
Figura 48 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Símbolo da Morte .....	115
Figura 49 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Símbolo do terror .....	116
Figura 50 – Desenhos representando as figuras planas no cotidiano – eletrodomésticos.....	117
Figura 51 – Desenhos representando as figuras planas no cotidiano – Edifícios e ruas .....	118
Figura 52 – Desenhos representando as figuras planas no cotidiano – Mesa .....	118
Figura 53 – Alunos realizando atividades – Figuras planas representadas no cotidiano .....	118
Figura 54 – Relato 1 referente à atividade 1 .....	119
Figura 55 – Relato 2 referente à atividade 1 .....	120
Figura 56 – Relato 3 referente à atividade 1 .....	120
Figura 57 – Relato 4 referente à atividade 1 .....	121
Figura 58 – Relato 5 referente à atividade 1 .....	121
Figura 59 – Relato 6 referente à atividade 1 .....	122
Figura 60 – Alunos utilizando o <i>software</i> Geogebra – atividade 2.....	123
Figura 61 – Figuras construídas pelos alunos no <i>software</i> Geogebra – atividade 2 .....	123
Figura 62 – Figuras construídas pelos alunos no <i>software</i> Geogebra – atividade 2 .....	124
Figura 63 – Figuras construídas pelos alunos no <i>software</i> Geogebra – atividade 2 .....	124
Figura 64 – Figuras construídas pelos alunos no <i>software</i> Geogebra – atividade 2 .....	125
Figura 65 – Estudante Ricardo com as medalhas da Olimpíada Brasileira de Matemática e estudando com o irmão – atividade 3.....	126
Figura 66 – Estudante Ricardo indo para a escola e com as medalhas da Olimpíada Brasileira de Matemática – atividade 3.....	126
Figura 67 – Estudante Ricardo recebendo medalha e com as medalhas da Olimpíada Brasileira de Matemática – atividade 3.....	127
Figura 68 – Quadrado construído no Geogebra – atividade 3.....	128
Figura 69 – Retângulo construído no Geogebra – atividade 3.....	129
Figura 70 – Desenho representando o cálculo de áreas em objetos do cotidiano – geladeira – atividade 3 .....	132
Figura 71 – Desenho representando o cálculo de áreas em objetos do cotidiano – fogão – atividade 3 .....	132

Figura 72 – Desenho representando o cálculo de áreas em objetos do cotidiano – televisão – atividade 3 .....	133
Figura 73 – Desenho representando o cálculo de áreas em objetos do cotidiano – micro-ondas – atividade 3 .....	133
Figura 74 – Desenho representando o cálculo de áreas em objetos do cotidiano – forno elétrico – atividade 3 .....	133
Figura 75 – Desenho representando o cálculo de áreas em objetos do cotidiano – televisão – atividade 3 .....	134
Figura 76 – Desenho representando o cálculo de áreas em objetos do cotidiano – televisão – atividade 3 .....	134
Figura 77 – Desenho representando o cálculo de área sem relacionar com objeto do cotidiano – atividade 3 .....	135
Figura 78 – Desenho representando o cálculo de área relacionando com objeto do cotidiano sem as unidades de medidas adequadas – mesa – atividade 3 .....	135
Figura 79 – Desenho representando o cálculo de área relacionando com objeto do cotidiano sem as unidades de medidas adequadas – geladeira – atividade 3 .....	136
Figura 80 – Desenho representando o cálculo de área relacionando com objeto do cotidiano com a medida da área incorreta – geladeira – atividade 3 .....	136
Figura 81 – Desenho representando um objeto do cotidiano sem a medida da área – geladeira – atividade 3 .....	137
Figura 82 – Figuras planas – quadrado e triângulo retângulo no Geogebra – atividade 4.....	138
Figura 83 – Figuras planas – quadrado e triângulo retângulo no Geogebra – atividade 4.....	139
Figura 84 – Figuras planas – quadrado e triângulo retângulo no Geogebra com a função “animar” – desenvolvimento da atividade 4 .....	140
Figura 85 – Figuras planas – quadrado e triângulo acutângulo no Geogebra com a função “animar” – desenvolvimento da atividade 4 .....	141
Figura 86 – Figuras planas – quadrado e triângulo obtusângulo no Geogebra com a função “animar” – desenvolvimento da atividade 4 .....	141
Figura 87 – Figuras planas relacionadas ao cotidiano dos alunos – geladeira – Geogebra – atividade 4 .....	143
Figura 88 – Figuras planas relacionadas ao cotidiano dos alunos – igreja – Geogebra – atividade 4 .....	144
Figura 89 – Figuras planas relacionadas ao cotidiano dos alunos – casa – Geogebra – atividade 4 .....	145
Figura 90 – Apresentações referentes à conclusão da história da Geometria .....	146
Figura 91 – Trabalho em grupo – atividade 5 .....	148
Figura 92 – Trabalho em grupo problemas de relacionamento – resolução da atividade individualmente – atividade 5 .....	148
Figura 93 – Trabalho em grupo – atividade 5 .....	149
Figura 94 – Apresentação da resolução dos problemas – atividade 5.....	150
Figura 95 – Apresentação da resolução dos problemas – atividade 5.....	150
Figura 96 – Auxílio do professor na resolução do problema de um dos grupos – atividade 5 .....	151
Figura 97 – Explicação do professor para concluir a atividade 5 .....	151

Figura 98 – Relato 7 referente ao questionário final.....	153
Figura 99 – Relato 8 referente ao questionário final.....	153
Figura 100 – Relato 9 referente ao questionário final.....	154
Figura 101 – Relato 10 referente ao questionário final.....	154
Figura 102 – Relato 11 referente ao questionário final.....	154
Figura 103 – Relato 12 referente ao questionário final.....	155
Figura 104 – Relato 13 referente ao questionário final.....	156
Figura 105 – Resposta de alunos da pesquisa. ....	158
Figura 106 – Resposta de alunos da pesquisa. ....	159
Figura 107 – Resposta de alunos da pesquisa. ....	159

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Distribuição percentual dos estudantes nos níveis de proficiência em Matemática nas edições do PISA de 2003 e 2012. ....	20
Gráfico 2 – Renda familiar.....	85
Gráfico 3 – Já utilizou o Laboratório de Informática da Escola na aula de Matemática?.....	86
Gráfico 4 – Já utilizou o computador (notebook, tablet, etc) para estudar Matemática?.....	87
Gráfico 5 – Você acha que a Matemática é importante para o seu dia-a-dia? .....	108
Gráfico 6 – Você gosta da disciplina de Matemática? .....	110

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Momentos de realização de uma investigação .....	30
Quadro 2 – Etapas de aplicação da pesquisa.....	91
Quadro 3 – Descrição do relato 1 da atividade 1 .....	120
Quadro 4 – Descrição do relato 2 da atividade 1 .....	120
Quadro 5 – Descrição do relato 3 da atividade 1 .....	121
Quadro 6 – Descrição do relato 4 da atividade 1 .....	121
Quadro 7 – Descrição do relato 5 da atividade 1 .....	121
Quadro 8 – Descrição do relato 6 da atividade 1 .....	122
Quadro 9 – Descrição do relato 7 do questionário final.....	153
Quadro 10 – Descrição do relato 8 do questionário final.....	153
Quadro 11 – Descrição do relato 9 do questionário final.....	154
Quadro 12 – Descrição do relato 10 do questionário final.....	154
Quadro 13 – Descrição do relato 11 do questionário final.....	154
Quadro 14 – Descrição do relato 12 do questionário final.....	155
Quadro 15 – Descrição do relato 13 do questionário final.....	156

## LISTA DE APÊNDICES

APÊNDICE 1 - A VERSÃO FINAL DO PRODUTO DESENVOLVIDO DURANTE A PÓS-GRADUAÇÃO.....	173
APÊNDICE 2 - QUESTIONÁRIO – RESPONSÁVEIS.....	176
APÊNDICE 3 - QUESTIONÁRIO – ALUNOS.....	180
APÊNDICE 4 - SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA REALIZAÇÃO DE PESQUISA ACADÊMICO-CIENTÍFICA.....	184
APÊNDICE 5 - TERMO DE CONSENTIMENTO DE LIVRE ESCLARECIMENTO .....	187
APÊNDICE 6 - CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO COMO SUJEITO DA PESQUISA.....	189

## **LISTA DE ANEXOS**

ANEXO 1 - ESCALA DE PROFICIÊNCIA EM MATEMÁTICA - PISA 2012.....	193
---	-----

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

AEE – Atendimento Escolar Especializado

IFG – Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de Goiás

LIE – Laboratório de Informática Educacional

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PISA – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

TIC – Tecnologias de Informação e Comunicação

ZDP – Zona de Desenvolvimento Proximal

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>19</b>
<b>1 A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA</b> .....	<b>29</b>
<b>2 A INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA</b> .....	<b>35</b>
2.1 O desenvolvimento da informática.....	37
2.2 A informática na Educação.....	39
2.3 A informática na Educação Matemática .....	42
2.4 O <i>software</i> Geogebra.....	45
<b>3 A TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL</b> .....	<b>49</b>
3.1 As influências de L. S. Vygotsky e Karl Marx .....	49
3.2 Alguns conceitos preliminares referentes à Teoria do Ensino Desenvolvidor ..	57
3.3 A Teoria do Ensino Desenvolvidor de V. V. Davydov .....	59
3.3.1 A aprendizagem vai do interpessoal para o intrapessoal .....	66
3.3.2 O papel da escola é ensinar conceitos.....	67
3.3.3 A atividade precede o desenvolvimento .....	68
3.3.4 O método deriva do conteúdo a ser estudado .....	68
3.3.5 O método vai do geral para particular .....	69
3.3.6 A atividade deve atingir o núcleo do objeto .....	71
3.3.7 A história do objeto é importante .....	71
3.3.8 O contexto do aluno é importante.....	72
3.3.9 O desejo e a motivação são importantes .....	73
3.4 O papel do professor no Ensino Desenvolvidor.....	74
<b>4 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA</b> .....	<b>79</b>
4.1 A Escola .....	79
4.2 Os alunos.....	84
4.3 Metodologia de Pesquisa .....	88
4.4 Instrumentos e procedimentos de coleta de dados.....	89
4.5 O conteúdo trabalhado.....	90
4.6 Descrição e justificativa das atividades.....	91
4.7 Análise das atividades.....	108
4.7.1 Atividade 1.....	116
4.7.2 Atividade 2.....	122
4.7.3 Atividade 3.....	125
4.7.4 Atividade 4.....	137
4.7.5 Atividade 5.....	146
4.8 Processo de internalização .....	157
<b>5 CONCLUSÃO</b> .....	<b>161</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>165</b>
<b>APÊNDICES</b> .....	<b>171</b>
<b>ANEXOS</b> .....	<b>191</b>

## INTRODUÇÃO

Os números brasileiros da proficiência em Matemática, de acordo com os dados do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes - PISA (2012), confirmam as afirmações dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN de Matemática (1997), os quais apontam que existem problemas no ensino da Matemática que devem ser enfrentados, tais como a necessidade de reverter um ensino centrado em metodologias automáticas, desprovidas de significados para o aluno por aquelas que os coloquem ativos no processo de aprendizagem. Segundo os PCN há urgência em reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama, e estas propostas estão em pauta até os dias de hoje (BRASIL, 1997).

A proposta aqui apresentada foi pensada e estruturada com o intuito de levar os alunos a um maior desenvolvimento do pensamento teórico, sendo protagonistas do processo, tendo a possibilidade de estudarem e formarem conceitos de forma concreta por meio do *software* Geogebra<sup>1</sup> e de estarem ativos no processo possibilitados por atividades investigativas e embasadas no Ensino Desenvolvimental. Fazer com que os alunos consigam se interessar pelas aulas, tenham autonomia no momento de resolução de exercícios, consigam se apropriarem de conceitos e habilidades Matemáticas de forma coerente, foram os resultados que se esperou alcançar com a aplicação da proposta.

A Matemática está presente em todas as áreas do conhecimento e faz parte do cotidiano de todos, para tanto, necessita-se de um conhecimento básico das diversas áreas de sua aplicação. Os PCN de Matemática (BRASIL, 1997, p. 24-25) explicam que

[...] a Matemática comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico. Faz parte da vida de todas as pessoas nas experiências mais simples como contar, comparar e operar sobre quantidades.

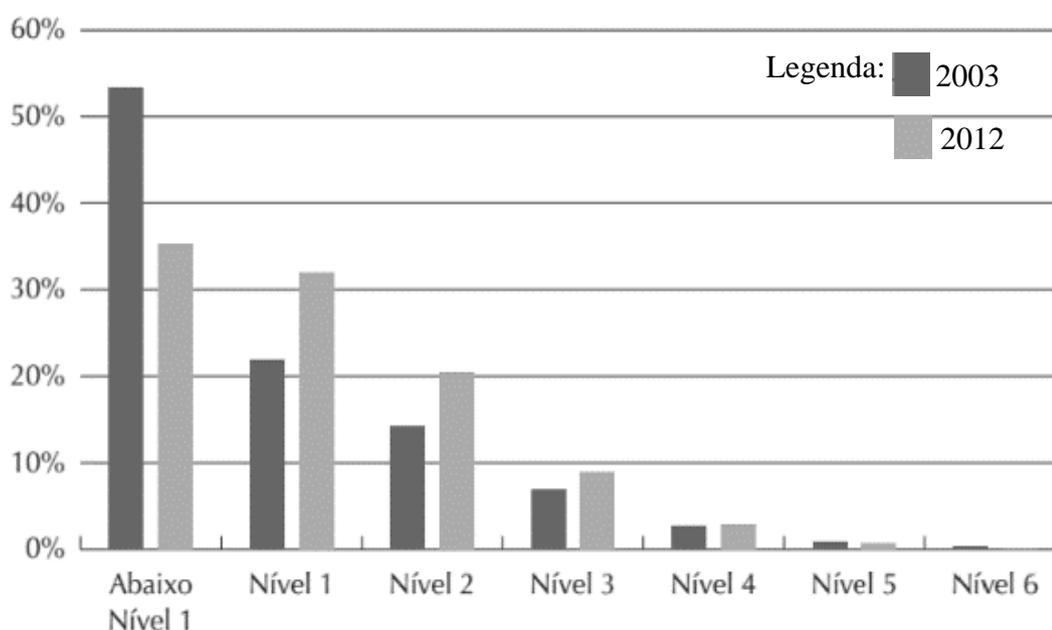
Neste sentido, a aprendizagem da Matemática sempre foi um desafio para ambos os lados, tanto para os professores quanto para os alunos, os PCN de Matemática (BRASIL, 1997) mostram claramente que há um sentimento contraditório entre os docentes e os alunos, um lado com a sensação de quão importante é a área do conhecimento e outro inconformado com a frequência com que os resultados negativos aparecem em relação à aprendizagem, fato que não

---

<sup>1</sup> *Software* matemático livre multiplataforma e tem como característica principal suas várias ferramentas dinâmicas, as quais possibilitam movimentar figuras, efetuar comparações e comprovar conjecturas. Seu *download* está disponível no link: [www.geogebra.org/download](http://www.geogebra.org/download).

poderia fazer parte do processo de aprendizagem, haja vista a importância desta disciplina para seus utilizadores. E os números da avaliação do PISA (2012) mostram que a frustração dos alunos é confirmada no Gráfico 1 a seguir. Onde mais de 60% dos alunos brasileiros, no ano de 2012, estavam abaixo do nível 2 (Classificação dos níveis no Anexo A).

Gráfico 1 – Distribuição percentual dos estudantes nos níveis de proficiência em Matemática nas edições do PISA de 2003 e 2012.



Fonte: PISA, 2012.

Estes números são relativos a alunos de até quinze anos de idade, matriculados a partir do sétimo ano de estudo. A classificação destes níveis é estabelecida de acordo com as capacidades citadas no Anexo 1, salientando que o nível “Abaixo Nível 1” não tem características explicitadas.

No entanto, analisando os números de 2003 a 2012, o Brasil está em desenvolvimento, mas ainda apresenta um índice baixo (mais de 80% dos alunos até o nível 2) para um país em desenvolvimento e as mudanças devem acontecer. Sendo assim, este desenvolvimento deve acontecer de forma significativa de modo que seja percebida por todos os envolvidos no processo educacional. Os professores também são responsáveis por parte destas mudanças pois, fazer com que os alunos mostrem interesse pela disciplina é um desafio, só que existem diversas maneiras de incentivar os alunos para que estes se entusiasmem com as aulas.

O proposto foi justamente isso, investigar como a integração do Ensino Desenvolvimental, da Investigação Matemática e do uso do *software* Geogebra seja uma importante metodologia para os professores, podendo interferir no processo de ensino-aprendizagem com o objetivo de levar os alunos a terem um maior interesse nas aulas e,

consequentemente, consigam formar os conceitos acerca de Sistema de Medidas, mais especificamente o cálculo de área e perímetro de figuras planas. Além disso, deixar claro aos estudantes o quanto a Matemática é importante por estar presente em todas as relações que têm com a sociedade e com os indivíduos que a compõe.

O processo de ensino-aprendizagem aqui proposto, segue as ideias de Libâneo (1994, p. 82), que o explica como sendo “[...] duas facetas de um mesmo processo. O professor planeja, dirige e controla o processo de ensino, tendo em vista estimular e suscitar a atividade própria dos alunos para a aprendizagem”. Além disso o autor ainda coloca que:

A unidade ensino-aprendizagem se concretiza na interligação de dois momentos indissociáveis – transmissão/assimilação ativa de conhecimentos e habilidades, dentro de condições específicas de cada situação didática. As relações entre professor, aluno e matéria não são estáticas mas dinâmicas; por isso, falamos da atividade de ensino como um processo coordenado de ações docentes. A condução deste processo, como qualquer atividade humana, requer uma estruturação dos vários momentos do desenvolvimento da aula ou unidade didática (LIBÂNEO, 1994, p. 82).

A Matemática sempre foi vista como uma peça fundamental no desenvolvimento das pessoas e a base que sustenta as outras ciências, isso se deve ao poder de observação, descoberta e desenvolvimento do raciocínio lógico que seus utilizadores adquirem por meio da resolução de problemas e outras questões, pois um problema matemático não tem seu resultado pronto e definido, há uma série de ações e operações as quais devem ser seguidas criteriosamente para a construção de uma resposta satisfatória, fatores que colocam os alunos com maior facilidade de interferirem e entenderem seu próprio cotidiano (BRASIL, 1997). É neste sentido que as aulas devem acontecer e que esta proposta foi estruturada, para que os alunos conheçam o sentido dos conteúdos que são trabalhados em sala de aula, tornando as aulas mais instigantes e que façam sentido tanto nos momentos sociais quanto durante as aulas.

Neste sentido, Davydov (1988, p. 61) afirma que o professor deve auxiliar os alunos de modo que não interfira no processo em que os alunos descobrem as relações gerais dos conceitos por si mesmos.

No começo, naturalmente, os escolares não sabem formular de maneira autônoma as tarefas de aprendizagem e executar as ações para solucioná-las. O professor as ajuda até certo momento, mas gradualmente os alunos adquirem as capacidades correspondentes (é nesse processo justamente que se forma neles a atividade de aprendizagem autônoma, isto é, a capacidade de aprender) (DAVYDOV, 1988, p. 61).

As aplicações dos conceitos matemáticos no cotidiano fazem com que a Matemática seja uma Ciência fundamental no desenvolvimento no processo de ensino-aprendizagem de várias outras áreas do conhecimento, já que leva o aluno a ter experiências práticas dos conteúdos expostos na sala de aula. Estas experiências práticas não são levadas em consideração

no momento das aulas e a contextualização não é identificada pelos alunos. A curiosidade leva os alunos a trabalharem de forma que façam de simples problemas, uma fonte de possíveis resultados, levando-os a terem criatividade (FREIRE, 1996).

Os PCN de Matemática (BRASIL, 1997) enfatizam os fatores citados anteriormente, quando explanam que no ensino da Matemática se destacam dois aspectos básicos: a relação entre as observações que se tem da realidade com as representações e essas representações com os conceitos matemáticos. Estas variáveis estão relacionadas aos fatores que também são destacados nos indicadores do PISA e são de extrema importância para que os alunos consigam relacionar a resolução dos conteúdos com suas habilidades matemáticas.

Foi neste sentido que o presente estudo teve seu foco principal, investigar como os alunos poderiam formar conceitos matemáticos por meio de sua participação ativa no processo de ensino-aprendizagem. Para este fim, se propôs uma metodologia embasada na utilização do Ensino Desenvolvimental proposto por Davydov, na Investigação Matemática de Ponte *et al* (2013) e no uso do *software* Geogebra, ou seja, buscou-se investigar, diante das condições estabelecidas na elaboração das atividades, se esta metodologia possibilita aos alunos a apropriação dos conhecimentos matemáticos de acordo com os principais marcos teóricos da teoria de ensino, das várias possibilidades Matemáticas do *software* Geogebra e das etapas da metodologia investigativa específica em Matemática. Para tanto, a prática pedagógica utilizada nas atividades foi fundamentada nestes três elementos de forma que esta integração possibilitasse colocar os alunos em uma situação ativa no processo de aprendizagem e seu desenvolvimento cognitivo acontecesse de forma interativa com os demais colegas.

A investigação em Matemática proporciona a construção de conceitos e a identificação das relações entre teorias, pois neste processo vários fatores importantes para o desenvolvimento dos alunos e das formas como apreendem os conteúdos são reforçados e trabalhados de forma análoga às demais metodologias de ensino da Matemática. Neste sentido, a investigação se mostra interessante no momento da construção de conceitos, porque tem como característica principal perpassar por vários procedimentos e técnicas de resolução a partir da situação problema até a concretização dos conceitos que foram necessários para resolução de cada etapa da atividade.

O Ensino Desenvolvimental apontado por Davydov explica como os alunos formam conceitos por meio de atividades estruturadas de maneira que estimulem o desenvolvimento cognitivo. Tais atividades devem atingir a essência do objeto, neste caso, do cálculo de área e perímetro de figuras planas e suas características, além de relacioná-la com o perfil social dos alunos. Este aporte teórico será embasado em textos originais desta área.

A mediação pedagógica realizada pelo professor tendo o Geogebra como instrumento possibilita ao aluno criar conjecturas e testá-las de acordo com cada etapa da resolução das atividades e, segundo Silva e Penteadó (2009, p. 1075), “as próprias características do Geogebra possibilitam a criação de cenários para atividades investigativas, nos quais o aluno pode verificar propriedades de uma figura em um processo muito rápido”. Este princípio de autonomia do aluno se faz necessária para que este consiga desenvolver seu raciocínio lógico durante as tentativas de resolução, com acertos ou erros, podendo confirmar ou refutar cada resultado obtido.

É importante que esta autonomia aconteça no início do ensino fundamental para que os alunos tenham esta postura no decorrer de sua vida escolar. Logo, os conceitos de Sistema de Medidas foi o conteúdo escolhido por estar disponível no quarto bimestre do ano de 2014 do sexto ano do Ensino Fundamental, período da aplicação da pesquisa. Foram elaboradas atividades com as características do Ensino Desenvolvimental e as etapas da Investigação Matemática, com o intuito de levar o aluno a apropriar do conhecimento acerca dos conteúdos trabalhados, com o auxílio do Laboratório de Informática com o *software* livre de Matemática Geogebra, que combina recursos de construções geométricas, algébricas, gráficas, tabelas e cálculos.

Sabe-se que, o professor como mediador, é o responsável pela autonomia do aluno em sua relação com os conteúdos estudados e formas de interpretar os problemas, é também responsável por parte da formação do cidadão, logo, ele deve ter em mente que métodos devem ser aplicados para que se explorem ao máximo o potencial dos alunos (FIORENTINI, LORENZATO, 2001). Para que este fato fosse evidenciado na aplicação da proposta, o pesquisador teve a função de mediador do processo e os alunos ativos durante todo o processo de apropriação dos conceitos matemáticos. Além disso, Davydov (1988, p. 124) afirma que o professor tem o papel de mediador no processo de ensino-aprendizagem, apontando que precisa interferir “[...] nos casos de dificuldade e desacordo entre as crianças através de exemplos[...]”.

Sendo assim, para que os alunos compreendessem a origem, o desenvolvimento histórico e importância social do conteúdo trabalho, a história da Matemática foi utilizada para introduzir os conceitos de Sistema de Medidas, fazendo com que os alunos consigam visualizar a essência dos conceitos de área de perímetro de figuras planas de forma mais específica, podendo chegar às características gerais por meio de suas próprias formas de organizar suas habilidades Matemáticas, compreendê-las e aplicá-las de forma coerente. Estes fatores não são vistos nas práticas dos alunos brasileiros e para Libâneo (2004, p. 16) ao se embasar nas ideias de Davydov aponta que o ensino da escola tradicional “é insuficiente para assimilar o espírito

da ciência contemporânea e os princípios de uma relação criativa, ativa, e de profundo conteúdo com a realidade [...]”.

Levar os alunos a compreenderem a Matemática de forma contextualizada faz com que os conceitos estejam mais presentes em suas formas de interpretação do meio em que estão inseridos, fator que auxilia no desenvolvimento do raciocínio lógico e, conseqüentemente, na tomada de decisões. Em outras palavras, levar os alunos a compreenderem a Matemática por meio de suas origens e importância social é um fator de relevância durante o processo de ensino-aprendizagem. A Investigação em Matemática possui estas características de levarem os alunos a estarem ativos no processo de aprendizagem, pois suas etapas exigem uma interação constante com o conteúdo trabalhado. O termo investigar está diretamente relacionado ao levantamento de informações sobre um assunto específico, buscando identificar suas especificidades. Especificamente para a Matemática, este termo designa uma busca de relações sobre objetos matemáticos e suas propriedades.

O processo de apropriação dos conceitos de Matemática pode surgir em variados momentos do processo de aprendizagem. Durante a investigação muitos procedimentos são necessários para o seu desenvolvimento, logo, há várias possibilidades para que a construção de algum conceito matemático aconteça, sejam eles esperados ou não. É nesta perspectiva que a investigação será aplicada nas atividades de Matemática, para que os alunos consigam conjecturar e testar por meio de suas habilidades Matemáticas ou pela interação com companheiros mais capacitados, os levando a um desenvolvimento matemático possibilitado pela concretude dos conceitos proporcionados pelo *software* Geogebra.

Para o matemático Braumann (2002, p. 104) *apud* Ponte *et al* (2013, p. 19)

aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza Matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). [...] Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles.

Segundo Ponte (2013, p. 21) a realização de uma investigação Matemática percorre quatro momentos, os quais podem acontecer em momentos diferentes ou conjuntamente, são elas: Exploração e formulação de questões, Conjecturas, Testes e reformulação e Justificação e avaliação.

As investigações expressam situações ou questões abertas, sem definições expressas, possibilitando ao aluno (investigador) criar as possibilidades para estas definições, exigindo

uma participação mais ativa em todos os processos de resolução. Neste sentido, o matemático inglês Ian Stewart (1995) *apud* Ponte *et al* (2013) enfatiza que um bom problema é aquele que abre horizontes inteiramente novos.

Em Matemática, “como em qualquer outra disciplina, o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo (PONTE, 2013, p. 23)”. É neste ponto que a Investigação em Matemática se encontra com as características do Ensino Desenvolvimental, já que esta tem como base, colocar o aluno como protagonista do processo de aprendizagem, dando-lhe autonomia para testar possíveis resultados, aprendendo com os erros e, para isto, a presença do *software* pedagógico Geogebra e objetos concretos a fim de aprimorar a maneira como estes conceitos são visualizados.

A interação dos alunos com os conteúdos matemáticos cria uma possibilidade de apropriação de conceitos e este é um aspecto principal da investigação, envolver o aluno no processo de aprendizagem. Para tanto, a investigação coloca os alunos em um papel de experimentação constante, a fim de aprenderem com os erros, criando possibilidades de resolução e socialização dos resultados encontrados com os colegas.

Esta interação dos alunos com os conteúdos trabalhados em sala permite aos professores realizar experiências, o que passou a ser melhor explorado a partir do uso de computadores com *softwares* pedagógicos específicos de cada disciplina nas aulas. Estas experiências, diferentes das metodologias de repetição que faziam o aluno decorar conceitos, são possibilitadas por *softwares* educativos que possibilitam a visualização de diversos métodos de resolução, os quais têm como objetivo principal, segundo Oliveira (2001) *apud* Assis (2011, p. 3), “[...] auxiliar o professor a utilizar o computador como ferramenta pedagógica, servir de fonte de informação, auxiliar o processo de construção de conhecimentos e desenvolver a autonomia do raciocínio, da reflexão e da criação de soluções”. A visualização dos conteúdos com o auxílio de *softwares* matemáticos facilita a interação dos alunos com objetos pouco utilizados em seus cotidianos, tornando a abstração Matemática concreta visualmente para os alunos.

O enfoque experimental explora ao máximo as possibilidades de rápido *feedback* das mídias informáticas e a facilidade de geração de inúmeros gráficos, tabelas e expressões algébricas (BORBA E PENTEADO, 2012, p. 43).

Este retorno instantâneo das respostas, erradas ou corretas, possibilitadas pelos *softwares* pedagógicos, fazem com que os alunos consigam identificar seu próprio rendimento

com maior rapidez, já que estes podem testar possíveis respostas a todo momento, tornando o processo de apropriação do conhecimento matemático mais interessante e instigante.

Os elementos citados anteriormente são adequados para se integrarem ao Ensino Desenvolvimental proposto por Davydov. Esta metodologia de ensino possibilita, por meio de atividades bem elaboradas,

[...] o desenvolvimento das funções mentais da criança e sua relação com o modo pelo qual elas são ensinadas. Assim, este enfoque tem como pressuposto básico a ideia de que o ensino é a forma essencial de desenvolvimento da mente da criança, de seu pensamento e de sua personalidade (SOARES, 2007, p. 12).

Somando-se a isto, Davydov (1988, p. 30) coloca que, por meio da cooperação entre as crianças, “[...] o desenvolvimento a partir do ensino é o fato fundamental. Nisto se baseia toda a importância do ensino para o desenvolvimento e que, na verdade, constitui o conteúdo do conceito da zona de desenvolvimento proximal<sup>2</sup>”.

Além disso, ela proporciona a interação entre as atividades propostas pelos professores e sua prática de ensino com as maneiras como os alunos apreendem os conceitos e os relacionam com sua vivência. Esta relação, portanto, é essencial para um melhor desenvolvimento mental das crianças, permitindo uma melhor forma de organizarem seus pensamentos e apropriarem dos conceitos centrais do objeto estudado.

A partir de todos os fatores citados, a pesquisa buscou responder o seguinte questionamento: Quais as contribuições da integração da Teoria do Ensino Desenvolvimental aliada à Investigação Matemática com a utilização do *software* Geogebra para a formação de conceitos matemáticos?

Em seguida, algumas hipóteses de trabalho, que tiveram como fim possibilitar ao pesquisador um “caminho, possivelmente, mais conveniente a seguir” (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 95), foram elaboradas para se ter uma noção melhor definida do percurso que a pesquisa iria transcorrer. Logo, as hipóteses que nortearam a pesquisa foram: atividades embasadas no Ensino Desenvolvimental possibilitam aos alunos chegarem ao núcleo do objeto, permitindo a apropriação dos conceitos; a integração do Ensino Desenvolvimental, da Investigação Matemática e de *softwares* permite uma melhor internalização e formação do pensamento dos alunos; atividades bem planejadas possibilitam que o desenvolvimento intelectual aconteça no decorrer do processo de ensino-aprendizagem.

---

<sup>2</sup> Segundo as ideias de Vygotsky, a ZPD está relacionada com o desenvolvimento mental futuro, é aquele que a criança terá que desenvolver por meio da interação para que seja internalizado.

O objetivo geral foi propor e implementar a integração do Ensino Desenvolvidor de Davydov, a Investigação Matemática e as tecnologias para que os alunos consigam se apropriar de conceitos acerca do Sistema de Medidas. E os Objetivos Específicos foram: identificar, por meio de uma sequência de atividades, as contribuições que a interação do Ensino Desenvolvidor, da Investigação Matemática e tecnologias proporcionam para a apropriação de conceitos matemáticos; estruturar uma sequência de atividades com o objetivo de ajudar os alunos a avançarem a um nível de desenvolvimento em relação ao conceito estudado; elaborar atividades que estimulem uma mudança nas ações mentais dos alunos, no modo de pensar e analisar os conceitos estudados.

As atividades foram aplicadas nas aulas de Matemática na turma do sexto ano do Ensino Fundamental do turno matutino do Colégio Estadual PM<sup>3</sup>, localizado em Caiapônia, sudoeste de Goiás. A cidade possui, segundo dados do IBGE (2010), 16676 habitantes e conta com quatro escolas estaduais e uma particular. Foram utilizadas cinco aulas para a aplicação da proposta, todas acompanhadas pela professora regente. Antes disso, uma aula foi utilizada para apresentação da pesquisa, preenchimento do questionário inicial aos alunos e entrega do Termo de Consentimento da Participação como Sujeito da Pesquisa e do Questionário Socioeconômico para os responsáveis.

As aulas foram aplicadas na sala de vídeo para apresentação da história da Matemática em geral e do cálculo da área de figuras planas com a utilização do projetor de imagens e no LIE – Laboratório de Informática Educacional por possuir o *software* Geogebra como um dos instrumentos de ensino computacionais.

Algumas dificuldades foram enfrentadas no decorrer da organização e aplicação da pesquisa. Uma delas foi a estrutura do LIE no período que antecedeu a aplicação das atividades, pois estava em reforma e todos os computadores estavam desinstalados, o pesquisador efetuou a instalação das máquinas para iniciar a pesquisa. Outra dificuldade foi a participação de três alunas nas atividades, onde duas delas não conseguem acompanhar os demais alunos por terem déficit intelectual e apenas copiam o que uma colega faz com a ajuda da professora de apoio. Outra aluna tem paralisia dos membros e déficit intelectual por consequência de uma paralisia infantil, esta aluna está na escola para socialização, pois não consegue ter nenhum desenvolvimento mental. Mesmo com todas as limitações encontradas pelas alunas, as atividades proporcionaram uma maior interação entre estas alunas e os demais colegas.

---

<sup>3</sup> Por razões de ética na pesquisa, o nome do colégio foi substituído pela sua sigla para garantir o anonimato das informações.

O primeiro capítulo disserta sobre as etapas da Investigação Matemática, suas possibilidades e características que interagem com a teoria de ensino que foi utilizada na pesquisa. O capítulo 2 aborda sobre a Informática na Educação Matemática, transcorrendo o caminho da origem e desenvolvimento da tecnologia, sua utilização na educação e, finalizando, sua importância para a Educação Matemática na sociedade contemporânea. O terceiro capítulo conceitua a Teoria do Ensino Desenvolvimental, traz um breve histórico e alguns conceitos de sua base, que é a Teoria Histórico-Cultural de Vygotsky e o materialismo dialético de Karl Marx para, em seguida, se adentrar nos principais conceitos e marcos teóricos desta teoria psicológica da atividade e pedagógica formulada por Davydov. O quarto capítulo traz o desenvolvimento da pesquisa, suas etapas, as justificativas e detalhamento das atividades que foram desenvolvidas, os procedimentos metodológicos utilizados para coletar e analisar os dados, a caracterização dos alunos e da escola e as análises do percurso das atividades. O quinto e último capítulo expõe as conclusões acerca da aplicação da proposta e uma análise sobre a formação dos conceitos matemáticos pelos alunos, os problemas enfrentados e uma avaliação da estruturação e organização das atividades.

# 1 A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Investigar, segundo Aulete (2004, p. 465) significa “buscar explicar ou desvendar, inquirir [...]”, ou seja, levantar informações sobre determinado assunto, com o intuito de desvendar seus processos mais particulares. É neste sentido que a investigação em Matemática se encontra, buscando identificar os dados pertinentes para a elaboração de determinados conceitos.

O termo investigação pode ser utilizado em diversos contextos, para a Matemática “investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades” (PONTE *et al*, 2013, p. 13). O matemático português Bento Caraça (1958) *apud* Ponte *et al* (1999, p. 1) explicita que a ideia da investigação Matemática está relacionada ao fato de que, por meio desta metodologia, “descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições”.

Logo, o processo de construção da Matemática, de acordo com as etapas da Investigação Matemática proposta por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), pode surgir em variados momentos do processo de ensino-aprendizagem. Durante a investigação muitos procedimentos são necessários para o seu desenvolvimento e há várias possibilidades para que a construção de algum conceito matemático aconteça, sejam eles esperados ou não. Além disso, a definição do processo de ensino-aprendizagem de Libâneo coloca a Investigação Matemática como procedimentos ideais para o desenvolvimento intelectual das crianças os quais são propostos por Davydov, já que, para Libâneo:

Pode-se dizer que a perspectiva histórico-cultural se aproxima de uma concepção sócio construtivista. É sócio porque compreende a situação de ensino-aprendizagem como uma atividade conjunta, compartilhada, do professor e dos alunos, como uma relação social entre professor e alunos frente ao saber escolar (LIBÂNEO, 2001, p. 2).

Para o matemático Braumann (2002, p. 5) *apud* Ponte *et al* (2013, p. 19)

[...] aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza Matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). [...] Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles.

O que se vê nas aulas de Matemática são exposições abstratas dos conceitos para que os alunos cheguem a resultados já prontos e esperados pelos professores. A investigação possibilita ao aluno interagir com os conceitos, com os colegas e com o professor de modo que consiga apreender de maneira satisfatória. Essa relação com os colegas deve ser colocada de forma cuidadosa. Ponte *et al* afirmam que

[...] a situação de trabalho em grupo potencia o surgimento de várias alternativas para a exploração da tarefa, o que numa fase inicial pode ser complicado em termos da autogestão do grupo. Muitas vezes, um ou dois alunos tomam a liderança e levam o grupo a centrar-se em certas ideias, facilitando, assim, o trabalho conjunto (2013, p. 30).

A interação dos alunos com os conteúdos matemáticos cria uma possibilidade de construção de conceitos e este é um aspecto principal da investigação, envolver o aluno no processo de ensino-aprendizagem mediados pelo professor. No entanto, a investigação coloca os alunos em um papel de experimentação constante, a fim de aprenderem com os erros, criando possibilidades de resolução e discutindo resultados encontrados com os colegas. Em relação a isso, Ponte *et al* (1999, p. 2) coloca que “as investigações Matemáticas fornecem um bom contexto para que os alunos compreendam a necessidade de justificar as suas afirmações, ao expressar o seu raciocínio junto do professor e dos colegas”.

Segundo Ponte *et al* (2013, p. 21) a realização de uma investigação Matemática percorre quatro momentos, os quais podem acontecer em circunstâncias diferentes ou conjuntamente, o quadro a seguir mostra estes momentos e as atividades realizadas em cada um deles.

Quadro 1 – Momentos de realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Reconhecer uma situação problemática</li> <li>▪ Explorar a situação problemática</li> <li>▪ Formular questões</li> </ul>
Conjecturas	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Organizar dados</li> <li>▪ Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)</li> </ul>
Testes e reformulação	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Realizar testes</li> <li>▪ Refinar uma conjectura</li> </ul>
Justificação e avaliação	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Justificar uma conjectura</li> <li>▪ Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio</li> </ul>

Fonte: Ponte *et al* (2013, p. 21).

A quadra citada anteriormente proporciona uma variação de métodos desenvolvidos pelos alunos para se chegarem a um resultado satisfatório, Oliveira *et al* (1999) *apud* Ponte *et al* (1999, p. 2) explicam que as investigações são importantes aliadas no campo educacional pois

(a) estimulam o tipo de envolvimento dos alunos necessário para uma aprendizagem significativa; (b) fornecem vários pontos de partida para alunos com diferentes níveis de capacidade; (c) estimulam um modo de pensar holístico, relacionando vários tópicos, o que é uma condição fundamental para um raciocínio matemático significativo; e (d) são indispensáveis para fornecer uma visão completa da Matemática, já que elas são uma parte essencial da actividade Matemática.

Ao se inserir uma atividade investigativa, a principal hipótese é que os alunos utilizem os mais variados recursos matemáticos na resolução das tarefas, neste sentido, as características de uma sequência investigativa citadas no quadro anterior devem surgir com uma estrutura consistente, fator que é de inteira responsabilidade do professor. De acordo com isso, Davydov (1988, p.32) afirma que “é sabido que o ensino e a educação alcançam as finalidades mencionadas se a atividade própria da criança está competentemente orientada”. Neste ponto a Investigação em Matemática é importante para a estruturação das aulas pelo professor, pois a sequência citada no quadro anterior fornece estas características para uma aula que estimule a capacidade dos alunos.

A prova em Matemática deve ser inserida durante o processo, já que, este momento de justificação das conjecturas é muitas vezes deixado de lado, tanto pelos alunos quanto pelos professores. No entanto, a cada tentativa de justificação, os alunos utilizam técnicas Matemáticas mais sofisticadas, o que torna mais fácil tirar as provas de suas hipóteses.

Para tanto, as concepções dos alunos, as conjecturas e suas confirmações são facilitadas pelos *softwares* educacionais, mais especificamente o Geogebra, o qual dá ao aluno a possibilidade de testar várias vezes se for necessário um resultado e, a partir disso, tirar conclusões de forma geral, conseguindo se apropriar dos conceitos de uma maneira mais confiável para o aluno. Cabe salientar que, na Teoria do Ensino Desenvolvidor, as atividades derivam dos conteúdos que serão aplicados, ou seja, os *softwares* são utilizados de acordo com a necessidade ou exigência do conteúdo do momento. Podem ocorrer casos em que o *software* não pode auxiliar o professor por ter limitações técnicas, por exemplo.

Para Davydov (1988, p. 94) a metodologia que será aplicada durante o processo de ensino-aprendizagem depende exclusivamente dos conteúdos que serão abordados nas aulas, o autor aponta que “na elaboração de problemas do ensino desenvolvimental, é indispensável apoiar-se, em nosso ponto de vista, na seguinte proposição: a base do ensino desenvolvimental é seu conteúdo e dele se originam os métodos (ou modelos) de organização do ensino”. Com este enfoque, é necessário que na estrutura das atividades, os alunos tenham a possibilidade de alcançarem a generalização dos conceitos estudados.

É a partir das generalizações, ou seja, das confirmações gerais de certos conceitos que os alunos tirarão suas conclusões. Davydov (1988, p. 59) afirma que “na literatura psico-

didática e sobre métodos de ensino, a generalização se caracteriza como a via fundamental para a formação de conceitos nos escolares” e que “a formação, nas crianças, das generalizações conceituais se considera uma das finalidades principais do ensino escolar”. Em outras palavras, as generalizações são importantes para o pleno desenvolvimento e apropriação de conceitos por parte dos alunos e cabe aos professores estruturarem suas atividades para que este procedimento de ensino seja evidenciado.

Nos exercícios ou problemas este fator dificilmente é alcançado, pois os enunciados apresentam claramente quais são os dados e o que se está pedindo para se chegar às resoluções, os professores já sabem o que os alunos irão responder por não haver imprecisões. Na investigação os resultados inesperados são encontrados, pois os pontos de partida são sempre variados, ou seja, dependem do ponto de partida fornecido pelo professor. Assim, as investigações expressam situações ou questões mais abertas, sem definições expressas, possibilitando ao aluno (investigador) criar as possibilidades para estas definições, exigindo uma participação mais ativa em todos os processos de resolução. No entanto, para que a aula tenha um encaminhamento adequado é necessário que o professor garanta “que todos os alunos entendem o sentido da tarefa proposta e aquilo que deles se espera no decurso da atividade” (PONTE *et al*, 2013, p. 26), quando se está lidando com alunos sem experiência investigativa este fato deve ser melhor analisado. O interessante é que as tarefas sejam expostas de forma escrita, mas não é dispensado que o professor explique alguns aspectos de forma oral (PONTE *et al*, 2013, p. 26).

Em Matemática, “como em qualquer outra disciplina, o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo” (PONTE *et al*, 2013, p. 23). Neste caso, o papel do professor na investigação é desempenhado de uma forma mais de retaguarda, prestando apoio quando achar conveniente, não interferindo no raciocínio dos alunos.

Ao final das tarefas investigativas, “o professor deve garantir que sejam comunicados os resultados e os processos mais significativos da investigação realizada e estimular os alunos a questionarem-se mutuamente” (PONTE, *et al*, 2013, p. 41). Neste momento os alunos são instigados a se comunicarem matematicamente, refletindo sobre seus resultados e processos de construção de conjecturas e confirmação das mesmas. Sem que este momento aconteça, o processo investigativo perde seu sentido.

Após as afirmações anteriores, se pode afirmar que a proposta de trabalho da linha de investigação Matemática em sala de aula, na perspectiva de Ponte *et al* (2013), é levar os alunos

a se depararem com uma Matemática mais interessante, com inúmeras propostas de resoluções, podendo interagir com os colegas e com os conteúdos, para que possam conjecturar e confirmar estas hipóteses por meio de uma fundamentação Matemática cada vez mais aprofundada e complexa, tendo o professor como um mediador do processo, o qual deve colocar o aluno em um papel totalmente ativo durante todo o processo investigativo, para que, no final, possa refletir e manifestar matematicamente entre os colegas as suas descobertas.

Este papel do aluno investigador promove uma maior intimidade com os conteúdos matemáticos, já que estes são vistos abstratamente e não são aplicados na realidade dos alunos. O verdadeiro papel da Matemática não é utilizado, pois a intervenção no mundo está diretamente ligada ao conhecimento matemático e suas aplicações. Além disso, Ponte *et al* (1999, p. 2) aponta que “ao confrontar as diferentes conjecturas e justificações propostas por diversos alunos, a turma estabelece-se como uma pequena comunidade Matemática, interagindo constantemente, onde o conhecimento matemático se desenvolve como um empreendimento comum”.

A investigação é uma importante opção para se desenvolver aulas ativas e com a participação dos alunos em um ambiente de aprendizagem dinâmico, mas “o professor deve procurar interagir com os alunos tendo em conta as necessidades particulares de cada um e sem perder de vista os aspectos mais gerais da gestão da situação didática” (PONTE *et al*, 2013, p. 47).

Além disso, o professor deve, segundo Ponte *et al* (2013), desafiar os alunos, avaliar o progresso de cada um, raciocinar matematicamente e apoiar o trabalho dos alunos. Para tanto, é necessário que o professor crie um ambiente propício à investigação, recolhendo as informações desde o início de cada tarefa investigativa, pois, corre o risco de aparecerem questões que o professor não pensou e que deve estar preparado para as surpresas, para isso, é necessário que o professor instigue os alunos de uma forma mais direta, recordando informações relevantes e promovendo a reflexão dos alunos.

Outro fator importante no papel do professor que merece destaque está relacionado a sua capacidade de proporcionar aos alunos um ambiente de aprendizagem que estimule e crie muitas “oportunidades de discussão e de reflexão entre alunos, mas isto não será bastante se as tarefas Matemáticas propostas não constituírem um terreno propício para uma exploração Matemática rica ou se não forem suficientemente desafiantes” (PONTE *et al*, 1999, p. 18).

Segundo Ponte (1998, p. 7) para que haja uma participação ativa de todos os alunos nas tarefas, “o professor tem de criar um ambiente em que todos os alunos se sintam à vontade

para apresentar as suas conjecturas, argumentar contra ou a favor das ideias dos outros, sabendo que o seu raciocínio será valorizado”.

São ações pedagógicas como estas que levam os alunos a se empenharem e se interessarem pelos estudos, aulas interessantes que levem em consideração o papel do aluno, suas dificuldades e seus anseios. É esta educação que precisa ser praticada e em relação a isso, Davydov (1988, p. 26) aponta que

A tarefa posta pela prática pedagógica é a de melhorar o conteúdo e métodos de trabalho educacional [acadêmico] e de educação [social] com as crianças, de modo a exercer uma influência positiva sobre o desenvolvimento de suas capacidades (por exemplo, seus pensamentos, desejos, etc) e a permitir, ao mesmo tempo, a criação das condições necessárias para superar o retardamento (atraso), freqüentemente encontrado nos escolares, no desenvolvimento de certas funções mentais.

Concluindo, a Investigação em Matemática promove um ambiente estruturado com atividades que colocam os alunos como protagonistas de todo o processo de ensino-aprendizagem e o professor como mediador, promovendo a interação entre os alunos e deste com os conceitos matemáticos de tal forma que levem estes alunos a se desenvolverem mentalmente e se apropriem do conhecimento matemático de modo que consigam aplicá-los em momentos de resoluções de problemas do cotidiano.

E nestes momentos de interações que ocorrem com o meio educacional, com os colegas e com os instrumentos que são utilizados dialogam muito bem com a Teoria do Ensino Desenvolvimental que, por sua vez, está intimamente ligada à Teoria Histórico-cultural proposta por Vygotsky e com o materialismo dialético de Karl Marx. Assim, pode-se relacionar esta metodologia de ensino de Ponte *et al* com a teoria educacional proposta por Davydov de maneira que os alunos consigam se desenvolver cognitivamente e os conhecimentos sejam internalizados, em outras palavras, é nesta interação que a apropriação de conceitos do social para o individual acontece.

## 2 A INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Para que os processos da Investigação em Matemática aconteçam de forma favorável ao estímulo dos alunos, o professor possui em seu alcance um instrumento computacional com muitas possibilidades e que está cada vez mais acessível. A informática auxilia o professor no momento da elaboração de aulas mais instigantes e propicia “articular o processo de ensino aprendizagem, passando de um modelo baseado na informação para um modelo fundamentado na construção do saber” (VAZ, 2012, p. 40). Além destes, outros motivos serão expostos no decorrer deste capítulo.

A Revolução da Informação após 1975, logo após a Segunda Revolução Industrial, trouxe à tona a possibilidade de desenvolvimento da sociedade através da informática, pois foi a partir daí, e amplamente por causa do controle mais acentuado da energia elétrica, que as demais tecnologias surgiram vastamente em diversas áreas do conhecimento. Vaz *et al* (2009, p. 106) afirmam que:

O desenvolvimento tecnológico tem provocado profundas modificações nos modos de vida da sociedade contemporânea. A cada dia, deparamo-nos com novos aparatos tecnológicos e sistemas, sendo que, em particular, as áreas de telecomunicações e informática têm presenciado avanços até bem pouco tempo inimagináveis.

No final da década de 70 as discussões sobre o uso da tecnologia informática na educação mostraram a preocupação de que os professores perderiam seu espaço com a chegada das chamadas “máquinas de ensinar”, reflexo do alto índice de desemprego causado pela chegada desta tecnologia. Com o passar do tempo essa preocupação deixou de ser o principal enfoque dos estudos sobre o uso da tecnologia informática e sua relação com a substituição dos professores, pelo contrário, davam destaque para o importante papel dos professores em um ambiente informático (BORBA E PENTEADO, 2012).

A sociedade, por sua vez, tornou-se dependente dos aparatos tecnológicos, e a cada dia essa dependência vem aumentando, fator que é evidenciado quando se trata da eletricidade e, conseqüentemente, da informática, pelo seu elevado poder de transportar informação com celeridade aos mais diversos lugares. Para D’Ambrósio (1986, p. 13)

Estamos atravessando uma das épocas mais interessantes da história da humanidade. Encontramo-nos diante de um progresso científico e tecnológico dos mais marcantes que, paradoxalmente, coincide com injustiças sociais e desequilíbrios dos mais chocantes entre os vários países e, muitas vezes, regiões do mesmo país. Enquanto o mundo da ciência e da tecnologia se nos apresenta capaz de realizar o que poderia ser considerado há alguns anos atrás verdadeiros milagres, a utilização dos progressos da ciência e da tecnologia para tornar a vida do homem menos angustiante parece-nos

ser uma tarefa que escapa ao poder dos cientistas e, de fato, a impressão que se tem é que à medida que o progresso científico avança, menos e menos as realizações são voltadas a minorar o sofrimento do homem.

A sociedade contemporânea e seu desenvolvimento tecnológico transformou o indivíduo e sua forma de trabalho. Fez com que o trabalhador se adapte mais facilmente às formas sociais da atualidade. Para que toda a sociedade acompanhe este desenvolvimento, é necessário que os modelos educativos também se adaptem e estejam em consonância com a vida social dos alunos. Quanto a isso, Castells e Cardoso (2006, p. 27) afirmam que:

Este inovador ser humano produtivo, em plena crise do patriarcalismo e da família tradicional, requer uma reconversão total do sistema educativo, em todos os seus níveis e domínios. Isto refere-se, certamente, a novas formas de tecnologia e pedagogia, mas também aos conteúdos e organização do processo de aprendizagem. Tão difícil como parece, as sociedades que não forem capazes de lidar com estes aspectos irão enfrentar maiores problemas sociais e económicos, no actual processo de mudança estrutural.

Para Vaz *et al* (2009, p. 103) “a tecnologia pode ser compreendida como o conhecimento que nos permite controlar e modificar o mundo”, logo, a relação entre a Matemática e a tecnologia proporciona vários fatores que influenciam positivamente para uma transformação social. Ou seja, adequa a sociedade aos novos aparatos e, conseqüentemente, eleva o nível intelectual dos indivíduos que nela estão inseridos.

Além disso, Castells e Cardoso (2006, p. 28) ainda colocam que o modelo educacional deve permitir aos alunos que as capacidades desenvolvidas na escola possam proporcionar maior domínio da sociedade em que está inserido. Explicam também que

Mas não é qualquer tipo de educação ou qualquer tipo de política: educação baseada no modelo de aprender a aprender, ao longo da vida, e preparada para estimular a criatividade e a inovação de forma a — e com o objectivo de — aplicar esta capacidade de aprendizagem a todos os domínios da vida social e profissional (CASTELLS; CARDOSO, 2006, p. 28).

Algumas escolas têm equipamentos modernos como computadores e projetores, mas estes computadores não possuem *softwares* educacionais para que os alunos tenham a possibilidade de construir conhecimento por meio de visualizações, comandos, aprendendo com o erro, criando possibilidades de resoluções de problemas. O que se vê são equipamentos que têm um poder enorme e são utilizados como apenas um suporte para os professores, um fim e não como um meio que possibilite aos alunos construir seu conhecimento.

É preciso assim, analisar como as tecnologias, com enfoque na informática, podem auxiliar professores e alunos no processo de ensino-aprendizagem voltados para formação de cidadãos críticos, com capacidade de transformar o espaço em que vivem, promovendo qualidade de vida e, conseqüentemente, bem-estar social.

Um breve histórico da informática e seu desenvolvimento será exposto, em seguida será mencionado sobre a inserção da informática na educação Matemática, como instrumento facilitador no que diz respeito à interação entre os alunos com os conteúdos e à mediação pedagógica realizada pelo professor.

## **2.1 O desenvolvimento da informática**

Com a necessidade da contagem para o desenvolvimento do ser humano, surgiram os mais diversos métodos de mensuração, a partir daí cientistas das mais diversas áreas do conhecimento, tais como matemáticos, filósofos e físicos começaram a construir ferramentas que facilitassem os processos de contagem mais complexos.

O ábaco foi o principal motivador para a criação da informática que se tem hoje, foi a partir dele que houve as principais inspirações para a criação dos primeiros computadores, que estão ligados diretamente às máquinas de calcular mais primitivas.

O ábaco é a máquina de calcular mais antiga, surgiu por volta de 2000 a.C. Após o ábaco surgiram outras ferramentas de cálculo, como os Ossos de Napier, criados em 1621 pelo matemático inglês William Oughtred, a calculadora mecânica inventada por Blaise Pascal que chamou de Pascalina e entre os anos de 1822/1834, Charles Babbage – matemático inglês, inventou a primeira calculadora Matemática (máquina diferencial) (ZIMER, 2008).

As primeiras máquinas surgiram a partir da década de 1930 no momento em que “alguns cientistas começaram a trabalhar com dispositivos de cálculo com algum tipo de sistema de controle automático” (FONSECA FILHO, 2007, p. 101). Com a influência dessas primeiras máquinas surgiram os computadores mecânicos e eletromecânicos e muitos outros projetos de computadores eletrônicos (FONSECA FILHO, 2007).

Segundo Fonseca Filho (2007, p. 101) “Konrad Zuse (1910 - 1995) foi o primeiro a desenvolver máquinas de cálculo controladas automaticamente”. Zuse percebeu que havia um alto índice de perda de dados no momento dos cálculos, dados importantes que deveriam ser usados em cálculos posteriores eram perdidos. Percebeu, então, após muitos testes e tentativas, que “um calculador automático somente necessitaria de três unidades básicas: uma controladora, uma memória e um dispositivo de cálculo para a aritmética” (FONSECA FILHO, 2007, p. 101). Em 1936 Zuse desenvolveu seu primeiro computador, o Z1, que foi criado com

peças totalmente mecânicas. Já em meados de 1938 Zuse construiu o Z2, que tinha como característica principal o uso de relês<sup>4</sup> (FONSECA FILHO, 2007).

Em 1937 o matemático norte americano Howard Aiken “fabricou em conjunto com Thomas Watson da IBM o MARK I – um computador eletromecânico que media 2,5 metros de altura por 18 metros de comprimento, com 750 mil partes e mais de 700 km de cabos”. Era um equipamento enorme, com milhares de relês e fazia um barulho insuportável, levava cerca de 3 segundos para efetuar uma multiplicação de números com 10 dígitos (ZIMER, 2008, p. 6).

A cada década o desenvolvimento dos computadores era surpreendente para a época, os tamanhos e consumo de energia diminuía, enquanto a velocidade de resolução de cálculos de números com maior quantidade de dígitos aumentava. A criação dos computadores, geralmente, era de interesse militar nos períodos de guerra, onde, no auge da II Guerra Mundial, o matemático do exército americano Herman Goldstine, colaborou com a construção do primeiro computador eletrônico de múltiplas funções na Faculdade Moore de Engenharia, da Universidade da Pensilvânia. A primeira demonstração pública do ENIAC foi no dia 14 de fevereiro de 1946, dia que marcou o início da era dos computadores modernos (ZIMER, 2008, p.7).

Computadores com capacidade de processamento muito maior que o ENIAC (que pesava 18 toneladas) podem ser carregados no bolso (ZIMER, 2008), haja vista o amplo desenvolvimento da tecnologia que envolve esses equipamentos. Nota-se a ascensão dos computadores e sua importância para o desenvolvimento das sociedades através dos tempos, nos períodos de maior necessidade, seja ela de guerra ou econômica, as maiores invenções surgiram para auxiliarem o homem.

Neste processo de desenvolvimento, um setor merece a atenção e estudo: a Educação Matemática, a qual é objeto principal deste trabalho e que é considerado essencial para o desenvolvimento de qualquer sociedade.

A Educação Matemática sofre influência da informática para desenvolver os processos de ensino-aprendizagem no mundo contemporâneo, como qualquer outra ciência.

Para Castells e Cardoso (2013, p. 150) “[...] a revolução da informação é, como revolução, mais significativa pelo entendimento dos seus efeitos, do que pela sua rapidez, isto porque os efeitos das TI na governação, têm-se feito sentir lentamente [...]”. Os autores reforçam

---

<sup>4</sup> Dispositivo que retransmite o sinal recebido, amplificando-o bastante. "relé", in Dicionário Priberam da Língua Portuguesa, 2008-2013, Disponível em: <<http://www.priberam.pt/DLPO/rel%C3%A9>>. Acesso em: 05 de jul. de 2015.

que a sociedade, no papel de seus governantes, não acompanha o desenvolvimento dos aparatos tecnológicos disponíveis e de fácil acesso.

Assim sendo, faz-se necessário que as escolas estejam preparadas para receber os alunos que estão prontos para essa revolução, no entanto, o que se vê são escolas com práticas que não conseguem motivar e manter os alunos na sala de aula e professores com práticas educativas que não colocam os alunos num ambiente de aprendizagem. Em outras palavras, os conteúdos ministrados não fazem sentido para os alunos que, por sua vez, não conseguem relacioná-los com sua prática cotidiana e visualizá-los de forma generalizada.

Muitos advogam o uso do computador devido à motivação que ele traria à sala de aula. Devido às cores, ao dinamismo e à importância dada aos computadores do ponto de vista social, o seu uso na educação poderia ser a solução para a falta de motivação dos alunos. Quem já trabalhou de forma mais constante com informática educativa sabe que, de modo geral, é verdade que alunos ou professores que participam de cursos ganham novo ímpeto com o uso da informática, caso possíveis medos iniciais sejam superados (BORBA E PENTEADO, 2012, pp. 15-16).

No entanto, pode-se confirmar por meio desta afirmativa que, mesmo tecnologias como softwares educacionais como o quadro e o giz podem trazer monotonia. Às aulas se forem utilizados de forma corriqueira, fator que pode desmotivar os alunos e prejudicar a aprendizagem.

## 2.2 A informática na Educação

A abordagem da informática na educação que será tratada neste trabalho está ligada ao fato de que o professor deve saber utilizar o recurso tecnológico que está disponível e com acesso facilitado pelo avanço tecnológico no campo educacional. Que conta com *softwares* especificamente pedagógicos que colocam os alunos em uma posição ativa no processo de ensino-aprendizagem. Kenski (2003, p. 227) aponta que:

O professor encontra um espaço educacional radicalmente diferente no meio digital. Para incorporá-lo à sua ação docente é preciso uma transformação estrutural em sua metodologia de ensino, na sua percepção do que é ensinar e aprender e nas formas de utilização do livro didático no contexto das novas tecnologias.

Para Borba e Penteado (2012, p. 19) “discussões sobre a forma como a Tecnologia Informática (TI) tem sido utilizada e a implicação desse uso para a organização da sociedade atual tem estado constantemente presente na literatura”, e nas escolas essa discussão também estão indo para esta direção.

Os professores comentam muito sobre o uso de tecnologia nas aulas, alguns aprovam outros não. Uns acham que os problemas educacionais acabariam com o uso adequado dos computadores nas aulas, outros apontam que a estrutura atual não suportaria ter computadores em todas as escolas. Tem-se então, dois pontos positivos que o uso da informática traria para o processo de ensino-aprendizagem, com enfoque na forma de como os alunos aprendem os conteúdos e como a informática auxiliaria de forma positiva neste processo (BORBA E PENTEADO, 2012, pp. 11-13).

As configurações da sociedade contemporânea, como citado anteriormente, a qual se encontra informatizada, fazem com que a escola tenha um papel diferente no contato com os alunos desta sociedade. Pais (2011, p. 63) aponta que

[...] Na prática pedagógica, devemos valorizar a criação de situações, envolvendo conceitos e resoluções de problemas. Nessa linha de referência, coloca-se a educação escolar para alcançar as novas competências exigidas pela informatização da cultura e do trabalho, onde o fazer pedagógico não se resume à comunicação ou repetição dos saberes acumulados pela história.

De acordo com a citação anterior, o papel da escola é promover uma educação que coloque o aluno em contato com o seu cotidiano, criando situações-problemas que envolvam os conteúdos pré-estabelecidos nos livros didáticos. A informática pode auxiliar com bastante propriedade neste processo, já que tem a facilidade em demonstrar situações práticas por meio de *softwares* educacionais que estão disponíveis livremente para as mais variadas disciplinas. Além disso, a informática na escola é um instrumento que pode propiciar práticas que possibilitam aos professores metodologias que alcancem seus alunos, fazendo com que estes consigam assimilar com maior facilidade os conceitos expostos.

Consequentemente, os computadores e *softwares* pedagógicos devem ser tratados e utilizados como instrumento utilizados na mediação realizada pelos professores. Para tanto, Matta (2002) *apud* Peixoto e Araújo (2012, p. 258) expõe que:

[...] os meios informatizados são como ambientes nos quais a mente humana encontra espaço para dialogar consigo mesma, assim como para facilitar a organização e sistematização do processo de construção do conhecimento. Os computadores são então meios nos quais se desenvolve o pensamento crítico e reflexivo, na forma concebida por Vigotsky. É possível, portanto considerar os conceitos de mediação da aprendizagem e de zona proximal nestes ambientes.

A responsabilidade da escola em relacionar os conteúdos dos livros didáticos ao cotidiano do aluno com a utilização do computador também é enfatizada por Castells e Cardoso (2013, p. 227) apontando que

Vivemos num período histórico caracterizado como a «era da informação», onde nos deparamos com a possibilidade de interação com novos aparatos tecnológicos, que estabelecem novas formas de comunicação entre as pessoas e das pessoas com coisas. Estamos vivenciando uma revolução, que tem como elemento central a tecnologia da informação e da comunicação. Por consequência, estamos presenciando uma profunda alteração nas relações sociais, políticas e econômicas, impulsionadas por uma expansão permanente de hardware, *software*, aplicações de comunicações que prometem melhorar os resultados na economia, provocar novos estímulos culturais e incentivar o aperfeiçoamento pessoal, através do uso da tecnologia para a prática educativa.

Isto mostra que as relações entre as pessoas estão com configurações diferentes daquelas anteriores à revolução da tecnologia informática, as informações são mais difundidas, os contatos estão facilitados e os processos educacionais precisam se adequar a este novo modelo social. Quanto a isso, Lévy (1993, p. 4) explica que “novas maneiras de pensar e de conviver estão sendo elaboradas no mundo das telecomunicações e da informática. As relações entre os homens, o trabalho, a própria inteligência, dependem, na verdade, da metamorfose incessante de dispositivos informacionais de todos os tipos”.

Para que este modelo contemporâneo se concretize nas escolas e nas práticas educativas em todas as fases, se faz necessária a utilização de tecnologias digitais, por parte do professor mediador de forma interativa, não sendo somente um auxílio para o professor transmitir os conteúdos, mas para ser um instrumento pedagógico que possa possibilitar ao aluno se apropriar de conceitos por meio da relação dos conteúdos com as atividades de seu cotidiano.

A partir da relação com o computador o aluno tem a oportunidade de despertar seu espírito crítico, propondo resoluções para os problemas, discutindo os resultados obtidos e analisando as possíveis formas de solucionar os problemas que enfrenta no dia-a-dia.

O uso do computador não pode substituir outros tipos de tecnologias para transmitir o conhecimento, metodologia que está sendo utilizada atualmente. Este tipo de abordagem se insere nas formas tradicionais de exposição dos conteúdos, onde os alunos continuam passivos durante todo o processo, utilizando as máquinas por meio de instruções dadas pelos professores, não tendo a oportunidade de participarem ativamente das aulas. Este momento de participação nas aulas é que proporcionam aos alunos a apropriação dos conceitos por meio de tentativas, questionamentos, participação e interação com os colegas. Alonso e Vasconcelos (2010, p. 60) mostram que

[...] a integração das TICs no processo educativo consiste, sobretudo, em desafios de ordem social e pedagógica, sendo que esta relação poderia possibilitar sua integração no espaço escolar, ensejando entendimentos sobre funções que viriam desempenhar. O computador por si só não basta para que alunos e professores o utilizem como

recurso pedagógico, seja pelas limitações correntes dos estabelecimentos escolares, seja pelos outros modos de mediação que se impõem no contexto das TICs.

Para que a prática educativa se desenvolva juntamente com as tecnologias, é necessário que os professores se adequem às configurações existentes na sociedade, revendo suas práticas, enfrentado os desafios de criarem ambientes de aprendizagem propícios à apropriação de conceitos e conscientes de seu papel frente às formas de ensino-aprendizagem que atinjam seus alunos de forma que haja um desenvolvimento no pensamento intelectual.

No entanto, Kenski aponta um dos problemas que influencia negativamente na forma como os professores expõem o conteúdo, segundo a autora

Muitos dos cursos e treinamentos de docentes para o uso das novas tecnologias preparam os professores neste rumo. Baseiam-se na premissa de que basta apenas ensinar aos professores a botar a mão na massa, a mexer com o computador, aprender as linguagens e as técnicas para a utilização dessas máquinas, para se fazer à transformação no ensino (2003, p. 226).

Diante disso, a utilização de tecnologias informáticas é necessária para que haja um desenvolvimento de toda a sociedade por meio de seus futuros cidadãos, os quais estão sendo formados para assumir seus papéis de forma crítica e participativa.

### **2.3 A informática na Educação Matemática**

A Matemática é uma ciência que possibilita oportunidades de testes para afirmar ou refutar teoremas, sejam eles novos ou antigos. Essa possibilidade faz com que os professores tenham uma estratégia a mais para o desenvolvimento das aulas, contextualizando os conteúdos propostos pelos livros didáticos e propondo aos alunos que os testem. Neste sentido, os exemplos do cotidiano passam a ser utilizados e a relação dos alunos com os conteúdos fica mais interativa.

A interação dos alunos com os conteúdos trabalhados em sala permite aos professores realizar experiências, o que passou a ser facilitado a partir do uso de computadores nas aulas, os quais permitem a utilização de situações concretas, pois a visualização dos conteúdos com o auxílio de *softwares* matemáticos pode promover a interação dos alunos com objetos pouco utilizados em seus cotidianos.

O enfoque experimental explora ao máximo as possibilidades de rápido *feedback* das mídias informáticas e a facilidade de geração de inúmeros gráficos, tabelas e expressões algébricas (BORBA e PENTEADO, 2012, p. 43).

Este retorno é possibilitado nas aulas com uso de *softwares* pedagógicos, as quais colocam os alunos ativos no processo de ensino-aprendizagem, possibilitando aos professores a utilização da capacidade crítica dos alunos. Além disso, Merlo e Assis apontam que

[...] o computador é um instrumento excepcional que torna possível simular, praticar ou vivenciar verdades Matemáticas (podendo até sugerir conjecturas abstratas), de visualização difícil por parte daqueles que desconhecem determinadas condições técnicas, mas fundamentais a compreensão plena do que está sendo exposto (2010, p. 2).

Aproveitar a capacidade que a Matemática tem de interpretar a natureza, relacionando-a com o cotidiano dos alunos precisa ser uma estratégia utilizada pelos professores contemporâneos. Para D'Ambrósio (1986, p. 14):

Não examinar o estudo da Matemática neste contexto, seria educacionalmente falho e mesmo do ponto de vista do desenvolvimento de nossa ciência, isto é, encarando o ensino puramente do ponto de vista matemático, pelo menos desinteressante [...]. E somos então levados a atacar diretamente a estrutura de todo o ensino, em particular a estrutura do ensino da Matemática, mudando completamente a ênfase do conteúdo e da quantidade de conhecimentos que a criança adquira, para uma ênfase na metodologia que desenvolva atitude, que desenvolva capacidade de matematizar situações reais, que desenvolva capacidade de criar teorias adequadas para as situações mais diversas [...].

Fazer com que os alunos construam os conceitos matemáticos através da experimentação e relação com o cotidiano por meio de *softwares* matemáticos possibilita aos professores realizarem atividades diagnósticas, com o intuito de analisar os processos realizados no decorrer das aulas, dando a capacidade de descrever os pontos fortes e fracos da metodologia utilizada para expressar os conteúdos.

Para que a situação de aprendizagem envolvendo tecnologias informáticas aconteça de forma que alcancem os alunos de forma que estes consigam de apropriar de conceitos, “a atuação de professores para o uso da informática na educação faz parte de um processo que inter-relaciona o domínio dos recursos tecnológicos com ação pedagógica e os conhecimentos teóricos necessários para refletir, compreender e transformar essa ação” (MERLO E ASSIS, 2010, p. 1).

Quando os professores enfrentam situações novas e saem da zona de conforto, se inserem em uma zona de risco, o que geralmente acontece quando se está em um ambiente informatizado, pois vários fatores se mostram importantes para o desenvolvimento dos alunos, dos professores e das situações de aprendizagem, os quais são gerados por meio de aspectos como incerteza e imprevisibilidade (BORBA E PENTEADO, 2012). Os autores ainda apontam que “é difícil negar o potencial que uma zona de risco tem de provocar mudanças e impulsionar

desenvolvimento. Porém, esse é um caminho árduo para o professor” (2012, p. 66). No entanto, estudos mostram que sozinho o professor dificilmente alcançará êxito nesta jornada de mudanças, se faz necessária a interação com outros profissionais que também estão ligados ao uso das tecnologias informáticas e contar com a infraestrutura das instituições de ensino e seus gestores é fundamental para que este fator seja alcançado.

As políticas públicas de informatização das escolas auxiliaram fortemente para uma expansão do uso de tecnologias nas aulas da atualidade, não só de Matemática, mas de todas as demais áreas do conhecimento, Machado (2005) mostra que

Atualmente a utilização da informática está cada vez mais presente e isso é verificado de um modo muito marcante na pesquisa e no ensino não só da Matemática, mas também de quase todas as áreas do conhecimento. Sendo assim, faz-se necessário à familiarização dos estudantes com esta ferramenta (p. 81).

A utilização da informática nas aulas de Matemática influenciou abordagens que possibilitam aos alunos se apropriarem de seus próprios conceitos matemáticos por meio do contato com os objetos que muitas vezes aparecem imaginários nos livros didáticos. Para tanto, Merlo e Assis colocam que “o computador, pelas suas potencialidades em nível de cálculo, visualização, modelação e geração de micro mundos, é o instrumento mais poderoso que atualmente dispõem os educadores matemáticos para proporcionar este tipo de experiência aos seus alunos” (2010, p. 9).

Os *softwares* educacionais matemáticos proporcionam aos alunos a visualização com facilidade a partir de comandos simples, o que facilita a compreensão. Merlo e Assis colocam que:

O desenho associado ao objeto geométrico desempenha um papel fundamental na formação da imagem mental. Para o aluno nem sempre fica claro que o desenho é apenas uma instância física de representação do objeto. Se por um lado o desenho auxilia na construção do conhecimento e entendimento do objeto geométrico, por outro lado, pode ser um obstáculo a este entendimento (2010, p. 11).

Estes fatores impulsionam o uso correto das tecnologias informáticas nas aulas de Matemática e de outras disciplinas, mostrando que seu papel é de intermediar o aluno e os conceitos matemáticos, transformando a maneira com que o processo de ensino-aprendizagem ocorre. É neste ponto que o aluno, ativo durante todo o processo, consegue se apropriar de conceitos de forma significativa, tendo a possibilidade de estar ativo na sociedade em que está inserido. Transformar os alunos em indivíduos críticos e conscientes é uma das funções da educação Matemática e isto é possibilitado por meio de metodologias que estimulem o pensamento crítico.

Além disso, comprovando que a utilização de TIC no processo de ensino-aprendizagem com embasamento na Teoria do Ensino Desenvolvimental é viável, Davydov (1988, p. 140) afirma que:

O computador, quando incorporado à estrutura integral da atividade de aprendizagem tem provado ser um instrumento eficaz na organização e manejo desta atividade, além de ser um instrumento que possibilita o monitoramento dos resultados da aprendizagem. [...] A utilização de computadores favorece o desenvolvimento do pensamento teórico, o que, em certo sentido, pode chamar-se programador ou “programador” ou “operatório”; este pensamento permite aos escolares utilizar os meios lógico-matemáticos para a programação e o planejamento de suas próprias ações cognitivas.

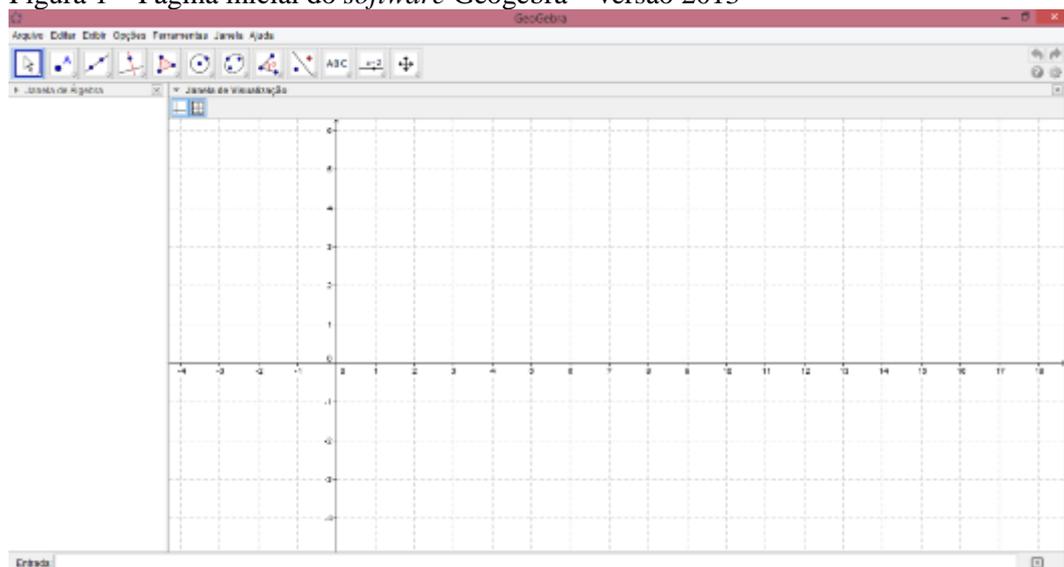
Esta afirmação demonstra que o computador e os *softwares* pedagógicos, utilizados de maneira adequada à teoria de ensino voltada à apropriação de conceitos, são importantes dispositivos que auxiliam o professor na mediação pedagógica, fatores essenciais para que os alunos se desenvolvam teoricamente de maneira que a essência do processo educativo atinja seu objetivo. Por esta razão é o que o *software* pedagógico Geogebra foi escolhido para ser utilizado como este dispositivo durante a aplicação das atividades de estudo, sua origem e principais características são apresentadas a seguir.

## 2.4 O *software* Geogebra

O Geogebra foi criado pelo austríaco Markus Hohenwarter na Universidade de Salzburg na Áustria no ano de 2001, com o intuito de melhorar o rendimento dos alunos no que diz respeito ao conhecimento matemático em seus mais variados aspectos, desde a visualização de elementos gráficos que seriam impossíveis sem este instrumento até a formalização e generalização de conjecturas e apropriação de conceitos por meio da opção de movimentar os objetos (VAZ E JESUS, 2014, p. 62). É um *software* livre de fácil instalação e sofre várias atualizações periódicas para melhoria das funções.

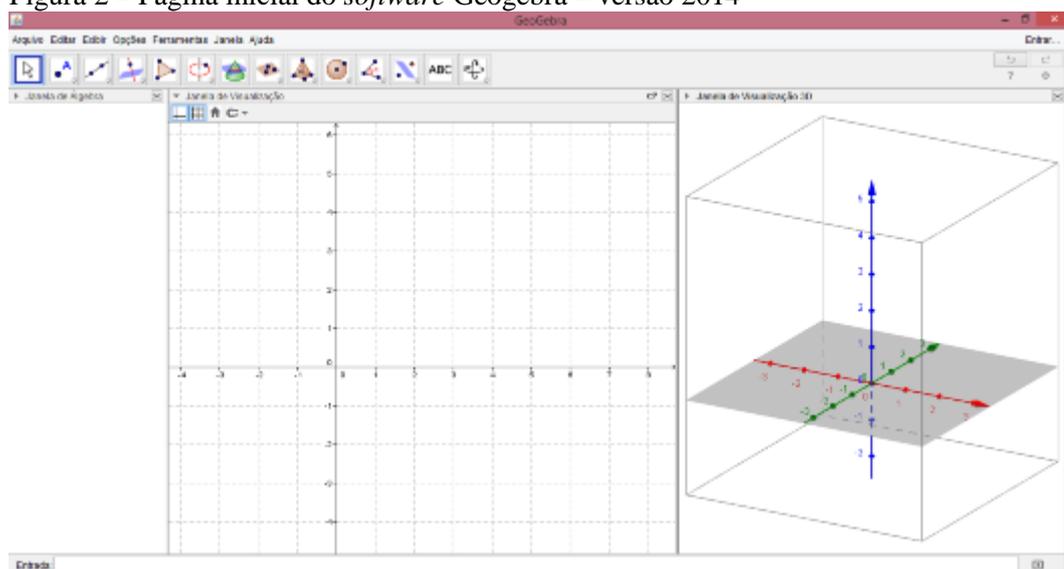
A última versão, atualizada em 2014 trouxe ferramentas de visualização em 3D, ou seja, em três dimensões, o que tornou o *software* ainda mais completo para os níveis Fundamental, Médio e Superior. As figuras a seguir mostram as telas iniciais do *software*, as janelas de visualização de Álgebra, Geometria e o Campo de Entrada, antes e depois da atualização com formato 3D, que também tem a Janela de Visualização 3D, a versão de 2013 foi utilizada na aplicação da pesquisa, pois os computadores do LIE são previamente equipados com vários *softwares* educativos e as atualizações não são permitidas a não ser que o técnico em informática da empresa responsável pela manutenção das máquinas as faça.

Figura 1 – Página inicial do *software* Geogebra – versão 2013



Fonte: Elaborada pelo autor, 2014.

Figura 2 – Página inicial do *software* Geogebra – versão 2014



Fonte: Elaborada pelo autor, 2014.

O *software* matemático Geogebra é caracterizado como um instrumento computacional dinâmico, que possibilita ao usuário em geral visualizar elementos matemáticos de diversas formas algébricas e geométricas. Sua utilização possibilita ao professor várias maneiras de demonstrações Matemáticas que não seriam possíveis utilizando instrumentos tecnológicos tradicionais ou outros *softwares* matemáticos que não possuem esta característica dinâmica. Para Vaz (2012, p. 40) o *software* Geogebra “se enquadra na categoria da geometria dinâmica, livre, permitindo uma boa interatividade, possibilitando trabalhar teoremas, construção de conceitos, testar hipóteses e fazer releituras importantes de conteúdos matemáticos”.

O Geogebra foi utilizado na pesquisa por suas características se familiarizarem com as teorias educacionais que embasaram a pesquisa, já que, conforme explicita Vaz (2012, p. 40) este *software* traz

a possibilidade de trabalhar com o aluno, permitindo que o saber seja obtido através da interação realizada em atividades planejadas. Assim, podemos articular o processo de ensino aprendizagem, passando de um modelo baseado na informação para um modelo fundamentado na construção do saber.

Essa construção do saber por meio da interação com um dispositivo que facilita e viabiliza o processo de ensino-aprendizagem por mostrar os conceitos de forma muito mais clara e significativa para os alunos, fazendo com que estes interajam com os demais colegas coincidem com o que se propõe na Teoria do Ensino Desenvolvimental. Além disso, as etapas da Investigação Matemática ficam melhor elencadas quando se tem a possibilidade de utilizar um instrumento computacional que permite ao aluno criar seus próprios conceitos, fixar hipóteses, testá-las e confirmar seus resultados. Vaz (2012, p. 40) aponta que “esse dinamismo possibilita que o aluno perceba diversas relações entre os objetos matemáticos, faça conjecturas e até mesmo formalize os resultados, de forma visual, no próprio *software*”.

Além destes fatores, outra justificativa para o uso deste *software* está relacionada com a facilidade de entendimento e manuseio, pois conforme mostrou Vaz (2012, p. 50) ao concluir sua pesquisa utilizando este instrumento, afirmou que “visualizamos a versatilidade do *software* que permite um aprendizado significativo de suas principais ferramentas e que apresenta uma possibilidade importante que é a de permitir o usuário motivado ser autodidata”. São características como estas que colocam o aluno numa posição mais independente e ativa no processo de ensino-aprendizagem.

Vaz (2012, p. 50) ainda mostra que “as ferramentas são de fácil acesso e sua didática interna dá condições para que o usuário vá entendendo, passo a passo, como construir figuras geométricas, como torná-las dinâmicas e pela acessibilidade à Internet pode avançar fazendo sua leitura. Para a faixa etária que a pesquisa abrangeu, o Geogebra foi bastante explorado e os alunos surpreenderam no momento do primeiro contato com o *software*, mostrando que têm um amplo domínio sobre as tecnologias, mesmo daquelas inéditas para eles. Um fator que facilitou este domínio foi o interesse dos alunos em estudarem Matemática pela primeira vez no LIE e com um instrumento exclusivamente matemático.

Foi neste sentido que a utilização do Geogebra foi pensada e aplicada, de forma que levassem os alunos a terem contato direto com os resultados que encontraram e, também, permitiu ao pesquisador organizar as atividades de forma que o processo de ensino-

aprendizagem acontecesse de forma organizada e com a possibilidade de controlar os resultados com maior facilidade.

É importante salientar que a utilização do computador ou *softwares* educacionais não podem ser uma substituição do caderno e caneta, as atividades propostas precisam colocar o aluno em contato com seus vários recursos e, a partir disso, darem os comandos para o *software* e essa interação necessita acontecer de forma que os alunos consigam visualizar os pontos cruciais das resoluções de problemas para que a apropriação dos conceitos aconteça. A partir disso, se faz necessária uma nova maneira de desenvolver o processo de ensino-aprendizagem, uma metodologia que leve à atividade um objetivo voltado para o aluno e não para própria atividade.

É neste sentido que a interação entre o Ensino Desenvolvimental, a Investigação Matemática e o *software* Geogebra foi utilizada nesta pesquisa, com o intuito geral de colocar o aluno em interação com o *software*, com os conceitos matemáticos, com situações do seu cotidiano e com os demais colegas para que os conhecimentos passassem do social para o individual de forma que, a partir dessa interiorização dos conceitos, possam se tornar cidadãos críticos e pensantes podendo participar do desenvolvimento da sociedade em que estão inseridos.

### 3 A TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL

O Ensino Desenvolvidor está relacionado diretamente com o desdobramento educacional da Teoria Histórico-Cultural formulada por Vygotsky que, por sua vez, explica o desenvolvimento da mente humana por meio do materialismo dialético proposto por Karl Marx. Para relacionar e explicitar essa teoria com as ideias de Davydov, serão expostos os principais marcos teóricos de Vygotsky, dando destaque para o desenvolvimento do pensamento por meio da relação social e cultural dos indivíduos, indo ao encontro com os objetivos do Ensino Desenvolvidor que, de acordo com Peres e Freitas, um de seus pressupostos básicos é que “o ensino é forma privilegiada para promoção do desenvolvimento do pensamento e da personalidade dos estudantes, por meio de mudanças qualitativas em sua atividade mental, em sua forma de pensamento” (2014, p. 12).

#### 3.1 As influências de L. S. Vygotsky e Karl Marx

Sabe-se que o homem é espelho do próprio homem, o qual só tem consciência de sua existência como ser humano por ter outros para se espelhar: é o que Marx chama de construção de vida social do indivíduo. Afirma ainda que o homem só se constitui pelo trabalho, que é um dos processos de criação da estrutura social. Logo, pode-se assegurar que homem e sociedade se constituem dialeticamente, reciprocamente. O homem existe como representação e soma da vida, e a representação é a característica psicológica, e a soma da vida são as características materiais, e são esses dois fatores que dão significado aos homens e à sociedade (Marx, 2004).

De fato, as características materiais estão sempre em desenvolvimento e sofrendo modificações expressivas, as crianças estão expostas a essas transformações e sujeitas a se adaptarem às modificações históricas existentes ao seu redor, fato que possibilita o desenvolvimento mental por meio da interação com as mais diversas variáveis existentes na natureza. Vygotsky faz a seguinte explanação:

Acreditamos que o desenvolvimento da criança é um processo dialético complexo caracterizado pela periodicidade, desigualdade no desenvolvimento de diferentes funções, metamorfose ou transformação qualitativa de uma forma em outra, embricamento de fatores internos e externos, e processos adaptativos que superam os impedimentos que a criança encontra (2008, p. 80).

Michael Cole e Sylvia Scribner (*In*: Introdução: formação social da mente), afirmam que, para Marx, mudanças históricas na sociedade e na vida material produzem mudanças na "natureza humana" (consciência e comportamento). E a sociedade é produto da interferência

direta das relações entre os homens, os quais se desenvolvem de acordo com seu comportamento e intervenção sobre o local onde está inserido. O elemento fundamental desta relação é o trabalho, que é compreendido por Marx como atividade humana, e a sua essência não é um fator abstrato ou está inserido em cada indivíduo, mas é o conjunto das relações sociais (PERES E FREITAS, 2014, p. 12).

Para Marx o homem é externo a si mesmo, pois as suas ações e suas representações são constituídas pela sociedade, pois a representação do homem é aquela que a sociedade define, é o que os outros veem, e não da sua própria personalidade, pois está sempre sendo influenciado pela estrutura social, a qual é definida pela propriedade privada. Marx (1982, p. 25) expõe que “na produção social da própria vida, os homens contraem relações determinadas, necessárias e independentes da sua vontade, relações de produção estas que correspondem a uma etapa determinada de desenvolvimento de suas forças produtivas materiais”, reforça ainda que “não é consciência dos homens que determina o seu ser, mas, ao contrário, é o seu ser social que determina sua consciência”.

Em Libâneo e Freitas encontra-se o seguinte esclarecimento: “o homem não reage mecanicamente aos estímulos do meio, ao contrário, pela sua atividade, põe-se em contato com os objetos e fenômenos do mundo circundante, atua sobre eles e transforma-os, transformando também a si mesmo” (2006, p. 4). Mas, para que esta transformação aconteça, é necessário que o ser humano tenha um conhecimento abrangente acerca dos problemas que o cercam e, para “a dialética marxista, o conhecimento é totalizante e a atividade humana, em geral, é um processo de totalização, que nunca alcança uma etapa definitiva e acabada” (KONDER, 1981, p. 16). O autor ainda explica, de forma mais detalhada e esclarecedora, sobre a importância da totalidade para a resolução dos problemas sociais:

Qualquer objeto que o homem possa perceber ou criar é parte de um todo. Em cada ação empreendida, o ser humano se defronta, inevitavelmente, com problemas interligados. Por isso, para encaminhar uma solução para os problemas, o ser humano precisa ter uma certa visão de conjunto deles: é a partir da visão do conjunto que a gente pode avaliar a dimensão de cada elemento do quadro (1981, p. 16).

Deste modo, o autor aponta um fator importante sobre ter conhecimento da totalidade de onde se está inserido, que está relacionada à verdadeira realidade, afirmando que ela é sempre mais rica do que já conhecemos sobre ela (1981, p. 17).

Há sempre algo que escapa às nossas sínteses; isso, porém, não nos dispensa do esforço de elaborar sínteses, se quisermos entender melhor a nossa realidade. A síntese é a visão de conjunto que permite ao homem descobrir a estrutura significativa da realidade com que se defronta, numa situação dada. E é essa estrutura significativa

- que a visão de conjunto proporciona - que é chamada de totalidade (KONDER, 1981, p. 17).

Todavia, é neste ponto que Vygotsky insere estas teorias em sua abordagem histórico-cultural, momento em que Marx aponta que o conhecimento não é um ato e sim um processo, ou seja, as relações sociais que o homem possui fazem com esse se desenvolva significativamente, a ponto de interferir e sanar os problemas sociais inesperados (KONDER, 1981, p. 17). A partir disso, Vygotsky passou a estudar a inter-relação entre o pensamento e a linguagem, colocando esses dois fatores como uma unidade que seguem paralelamente em função do todo, isto é, constituem o significado das palavras e, conseqüentemente, a unidade do pensamento. O autor diz ainda que “a função primordial da linguagem é a comunicação, intercâmbio social” (1989, p. 29).

Seguindo as ideias apontadas anteriormente, Vygotsky afirma que este intercâmbio se instaurou em função da necessidade de comunicação dos trabalhadores. “A transmissão racional, intencional de experiências e de pensamentos a outrem, exige um sistema mediador, que tem por protótipo a linguagem humana nascida da necessidade do intercâmbio durante o trabalho” (1989, p. 30). Mas o autor observou que, para que haja uma comunicação real, é necessário que conheça os significados das palavras, para que, assim, as generalizações aconteçam. Essas generalizações são a totalidade que asseguram a real interpretação do discurso.

Em outras palavras, Vygotsky afirma ainda que “uma palavra sem significado é um som vazio, já não fazendo parte do discurso humano” (1989, p. 28-29). Além disso, coloca que “pesquisar a verdadeira comunicação humana pressupõe uma atitude generalizadora, [...]. As formas mais elevadas do intercâmbio humano só são possíveis porque o pensamento do homem reflete a realidade conceitualizada” (1989, p. 31). É por esse motivo que Vygotsky coloca que certos assuntos não são entendidos pelas crianças, já que estas não conseguem conceitualizar as palavras que são ditas de acordo com seu conhecimento e o entendimento total não acontece.

Sendo assim, o desenvolvimento do pensamento só pode acontecer se as interrelações entre o pensamento e a linguagem estiverem conceitualizadas para que as relações sociais sejam edificadas por meio das palavras. Quanto a isso, Peres e Freitas, se apoiando nas concepções de Marx, afirmam que:

A lógica dialética estuda e descreve as formas historicamente significativas e universais da atividade prática, também historicamente originada na vida humana concreta. Nesta lógica, o desenvolvimento do pensamento está ligado à atividade material e à relação dos seres humanos entre si, sendo os fenômenos e objetos constituídos como parte de uma totalidade, por meio de contradições, movimentos e transformações (2014, p. 13).

Levando-se em consideração que o desenvolvimento do pensamento está relacionado com a atividade material, se pode fazer uma relação do trabalho conceituado por Marx com a educação, ou seja, ambos têm o seu papel de formar o homem em sua totalidade (PERES E FREITAS, 2014). Para tanto, Manacorda aponta que “a escola ainda educa, ou melhor, está indecisa sobre se deve educar o produtor especializado ou o consumidor desinteressado da cultura” (2007, p. 138). O papel da escola é o de educar o homem em sua totalidade, assegurando-lhe uma formação coerente com a realidade e que permita o desenvolvimento de suas capacidades intelectuais.

A partir da afirmação de Marx de que o trabalho é essência humana por constituir o homem “com base na lógica dialética e no critério de conteúdo sobre o essencial das coisas”, foi que Vygotsky embasou a teoria histórico-cultural que tem como uma de suas teses básicas “que a mente humana se constitui e se desenvolve não na dependência de fatores biológicos, mas na dependência das relações sociais” (PERES E FREITAS, p. 14). Além disso, Manacorda apresenta o sentido real de trabalho para Marx:

Trata-se de um trabalho produtivo, prática do manejo dos instrumentos essenciais de todos os ofícios, associado à teoria como estudo dos princípios fundamentais das ciências. Um trabalho que exclui toda oposição entre cultura e profissão, não tanto na medida em que fornece as bases para uma multiplicidade de escolhas profissionais, mas na medida em que é atividade operativa social, que se fundamenta nos aspectos mais modernos, revolucionários, integrais do saber (1989, p. 127).

É neste sentido que Marx sugere que seja o papel da educação, formar pessoas não individualmente, mas que consigam transformar o espaço em que estão inseridos de forma que, ao modificar os processos naturais, se modifiquem enquanto homens. Sendo assim, Vygotsky explica que a consciência do indivíduo se transforma do externo para o interno, pois é por meio das interações com as outras pessoas que o homem desenvolve de ser biológico em ser social. Em resumo, é a partir da prática dos indivíduos com as pessoas e com sua cultura que seu desenvolvimento psicológico se expande e tem conhecimento generalizado da natureza que o cerca.

E para reforçar essa afirmação de Marx, Manacorda expõe o seguinte:

Para Marx, não se trata apenas de coincidência de uma determinada hipótese de análise entre o pensamento e um determinado resultado prático, mas sobretudo de não fazer do pensamento uma ideologia, isto é, um pensamento alienado; verificar a validade de um pensamento no plano genericamente humano e social, como capacidade de transformar a natureza e a sociedade e não apenas perseguir objetivos imediatos (1989, p. 128).

Cabe então, salientar o sentido de trabalho para Marx. Mascarenhas (2005, p. 162) *apud* Peres e Freitas (2014, p. 13) “mostra que a concepção de trabalho em Marx é apresentada como a ação produtora, ação criadora por meio da qual o homem estabelece relações com a natureza e com os outros homens”, o que coloca, portanto, o trabalho como “elemento fundamental de constituição da sociabilidade”. Daí parte a base da teoria histórico-cultural elaborada por Vygotsky, a qual tem como objetivo formar indivíduos capazes de pensar soluções para os problemas existentes e inesperados da sociedade ao se relacionarem e se desenvolverem a partir das intervenções que fazem na natureza por meio do conhecimento generalizado que possuem da realidade.

Salienta-se, nesse ponto, que o conhecimento não é apropriado pelos indivíduos por meio de seu contato com os objetos, mas sim pela mediação que ocorre por outros indivíduos os quais se relaciona e da cultura onde está inserido.

De fato, a cultura da sociedade interfere exponencialmente no desenvolvimento do homem, Vygotsky demonstra que “[...] o desenvolvimento do pensamento é determinado pela linguagem, ou seja, pelos instrumentos linguísticos do pensamento e pela experiência sociocultural da criança” (1989, p. 128).

Quanto a isso, Libâneo descreve que “a cultura desempenha, assim, um papel relevante, por permitir ao ser humano a interiorização dos modos historicamente determinados e culturalmente organizados de operar com informações” (2004, p. 8).

Para Vygotsky o pensamento verbal não é inato, mas sim determinado por vários fatores históricos e culturais, os quais têm leis específicas que não estão inseridas nas formas naturais do pensamento e discurso dos indivíduos. Confirmando esta afirmação, o autor ainda aponta que “[...] o aprendizado humano pressupõe uma natureza social específica e um processo através do qual as crianças penetram na vida intelectual daqueles que as cercam” (2008, p. 100).

Como descrito por Vygotsky, “[...] o desenvolvimento do comportamento será essencialmente governado pelas leis gerais do desenvolvimento histórico da sociedade humana” (1989, p. 129). Nesse sentido, o autor demonstrou que a criança se desenvolve psicologicamente de acordo com as interações a que está sujeita desde seu nascimento, interações que determinarão sua formação intelectual e que demarcarão seu processo de desenvolvimento, ou seja, de acordo com o convívio o indivíduo se apropria da cultura e se amplia concomitantemente (PERES E FREITAS, 2014). É nesse sentido que Vygotsky afirma que “[...] o aprendizado das crianças começa muito antes de elas frequentarem a escola. Qualquer situação de aprendizado com a qual a criança se defronta na escola tem sempre uma

história prévia” (2008, p. 94) e que o “[...] aprendizado e desenvolvimento estão inter-relacionados desde o primeiro dia de vida da criança” (2008, p. 95).

Inicialmente, a disseminação da teoria histórico-cultural se deu a partir de estudos realizados no ano de 1920, momento em que L. S. Vygotsky estudava juntamente com estudiosos psicólogos e pedagogos, os quais constituíram a elite de pesquisadores na antiga União Soviética – URSS, dentre eles podem-se citar A. N. Leontiev e A. R. Luria. Tais pesquisas realizadas em parceria com esse grupo aconteceram entre 1924 e 1934, “vindo a formar a base teórica da psicologia histórico-cultural em relação a temas como origem e desenvolvimento do psiquismo, processos intelectuais, emoções, consciência, atividade, linguagem, desenvolvimento humano, aprendizagem” (LIBÂNEO E FREITAS, 2012, p. 1).

Reforçando que essa teoria tem como componente principal “o materialismo dialético que, por sua vez, ressalta a explicação histórica do desenvolvimento e das transformações da sociedade por meio de contradições sociais, como resultado da própria atividade humana” (PERES E FREITAS, 2014, p. 12).

Vygotsky, ao tratar das aplicações no campo educacional, às relaciona com a aprendizagem por meio da formação de conceitos, e ainda explica que “assim como operar com o significado de coisas leva ao pensamento abstrato, observamos que o desenvolvimento da vontade, a capacidade de fazer escolhas conscientes, ocorre quando a criança opera com o significado das ações” (2008, p. 120).

O autor aponta que o Nível de Desenvolvimento Real está relacionado ao desenvolvimento mental passado das crianças, que é usado no presente para a resolução dos problemas de forma independente e a Zona de Desenvolvimento Proximal está relacionada com o desenvolvimento mental futuro, é aquele que a criança terá que desenvolver por meio da interação para que seja internalizado. Ou seja, a Zona de Desenvolvimento Proximal, que as crianças possuem hoje, será o nível de desenvolvimento real do amanhã, em outras palavras, o que as crianças conseguem executar hoje com o auxílio de outras pessoas mais capacitadas será feito de forma independente amanhã (2008).

Além disso, Vygotsky ainda descreve que “[...] o aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar somente quando a criança interage com pessoas em seu ambiente e quando em cooperação com seus companheiros” (2008, p. 103). Esse método foi identificado pelo autor como Zona de Desenvolvimento Proximal – ZDP, e quando o conceito é internalizado passa a fazer parte do desenvolvimento independente da criança. Em outras palavras, a criança consegue desempenhar as mesmas funções sem a ajuda dos companheiros ou de um adulto que já tenha internalizado o processo,

essa técnica de resolução independente de procedimentos, Vygotsky identifica como Nível de Desenvolvimento Real, que nada mais é do que os processos internalizados e executados sem a interferência de pessoas adultas ou companheiros (2008). Sendo assim, Vygotsky define a ZDP como sendo:

a distância entre o Nível de Desenvolvimento Real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas e o Nível de Desenvolvimento Potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes” (2008, p. 97).

Dessa forma, Vygotsky conceitua que “[...] o aprendizado humano pressupõe uma natureza social específica e um processo através do qual as crianças penetram na vida intelectual daquelas que os cercam” (2008, p. 100). Argumento que confirma a relação e embasamento da Teoria Histórico-Cultural com o materialismo dialético proposto por Marx, que aponta a importância das relações sociais e transformações históricas para o desenvolvimento intelectual dos indivíduos, os quais têm uma psicologia historicamente determinada, pois a relação entre o indivíduo e a sociedade é um processo dialético contínuo.

Nesse sentido, de que as crianças se apropriam de conhecimentos por meio da interação com adultos ou com a cultura, se pode afirmar que o desenvolvimento das funções mentais dos indivíduos passa do interpessoal para o intrapessoal. Ou seja, o desenvolvimento das atividades externas são transformadas e internalizadas, vão de fora para dentro, o que Vygotsky denomina de internalização. Fato que é determinado por atividades mediadas e que sempre carregam características socioculturais e históricas.

A fim de expressar as considerações de Vygotsky diretamente para o campo pedagógico, seguem os conceitos de Libâneo sobre uma aprendizagem de qualidade e métodos de ensino, fatores que vão ao encontro com as concepções da Teoria Histórico-Cultural:

O mais comum, no entanto, é o aluno memorizar o que o professor fala, decorar a matéria e mecanizar fórmulas, definições etc. Esse tipo de aprendizagem (vamos chamá-la de mecânica, repetitiva) não é duradouro. Na verdade, aluno com uma aprendizagem de qualidade é aquele que desenvolve raciocínio próprio, que faz relações entre um conceito e outro, que sabe lidar com conceitos, que sabe aplicar o conhecimento em situações novas ou diferentes tanto na sala de aula como fora dela, que sabe explicar uma idéia com suas próprias palavras. Se é verdade que há professores tradicionais que sabem ensinar os alunos a aprender dessa forma, a maioria deles não se dá conta de que a aprendizagem duradoura é aquela pela qual os alunos aprendem a lidar de forma independente com os conhecimentos (2001, p. 1).

Dessa forma, apresentam-se as contribuições da Teoria Histórico-Cultural de Vygotsky no campo educacional, suas aplicações e os resultados que se esperam encontrar. Assim sendo, esse autor afirma que “o aprendizado é mais do que a capacidade para pensar; é

a aquisição de muitas capacidades especializadas para pensar sobre várias coisas” (2008, p. 92). E essa aquisição está diretamente relacionada com as interferências culturais que todos estão sujeitos, momento em que os indivíduos se apropriam das características sociais e conhecimentos de outras pessoas. É a partir daí que esses indivíduos terão a possibilidade de se tornarem pessoas críticas e cidadãos que interfiram no meio em que estão inseridos, isso de forma significativa.

Sendo assim, o autor aduz que esse conhecimento só pode ser apropriado na escola quando explica que o aprendizado adquirido no ambiente escolar é “voltado para a assimilação de fundamentos do conhecimento científico” (2008, p. 94). Logo, os professores têm um papel fundamental para que o conhecimento seja realmente apropriado pelas crianças, pois é conhecimento daqueles que farão com que estes tenham um bom aprendizado que, para Vygotsky, acontece antes que o desenvolvimento se concretize.

Nesse viés, com embasamento na Teoria Histórico-Cultural, Libâneo salienta que o papel do professor, como um companheiro mais preparado e experiente, precisa levar os alunos a se apropriarem dos conceitos de forma criativa e, conseqüentemente, conseguirem organizar seus pensamentos de forma independente:

O professor, na sala de aula, utiliza-se dos conteúdos da matéria para ajudar os alunos a desenvolverem competências e habilidades de observar a realidade, perceber as propriedades e características do objeto de estudo, estabelecer relações entre um conhecimento e outro, adquirir métodos de raciocínio, capacidade de pensar por si próprios, fazer comparações entre fatos e acontecimentos, formar conceitos para lidar com eles no dia-a-dia de modo que sejam instrumentos mentais para aplicá-los em situações da vida prática (2001, p. 1).

É a partir desses conceitos que Vygotsky propõe que o processo de ensino-aprendizagem aconteça, com professor sendo o mediador entre o conhecimento e o aluno que, por sua vez, necessita se apropriar desse conhecimento de forma que consiga utilizá-lo de maneira independente quando se deparar com problemas práticos, dar explicações e aplicá-lo em seu cotidiano.

E o professor precisa, segundo Libâneo, “planejar, selecionar e organizar os conteúdos, programar tarefas, criar condições de estudo dentro da classe, incentivar os alunos” para que assim, consiga, de forma efetiva, dirigir “as atividades de aprendizagem dos alunos a fim de que estes se tornem sujeitos ativos da própria aprendizagem” (2001, p. 3).

Após um estudo sistematizado da Teoria Histórico-Cultural, o russo Vasili Vasilyevich Davydov desenvolveu a Teoria do Ensino Desenvolvimental especificamente para o processo de ensino-aprendizagem escolar. O próximo tópico descreve o início de suas pesquisas e seus

principais marcos teóricos que influenciaram e influenciam pesquisadores em todo mundo e embasaram esta pesquisa.

### **3.2 Alguns conceitos preliminares referentes à Teoria do Ensino Desenvolvidor**

Com o intuito de definir pontualmente alguns conceitos que são primordiais para um maior entendimento da Teoria Histórico-cultural e da Teoria do Ensino Desenvolvidor, seguem algumas definições esclarecedoras de elementos essenciais para o entendimento e desenvolvimento deste trabalho quanto ao embasamento teórico que estruturou as atividades de estudo aplicadas. Estes termos são os seguintes: mediação, interação, internalização, generalização e apropriação.

Sobre o termo mediação, Prestes, Tunes e Nascimento (2015, p. 70) afirmam que, com base nas afirmações de Vygotsky, seu conceito “[...] aponta para a relação indissociável e dialética entre a atividade psíquica e o meio sociocultural”. Este é um conceito fundamental para a Teoria Histórico-cultural.

Libâneo (2009, p. 17), embasando na colocação de Leonir (1999) sobre o processo de mediação, explica claramente que o autor reconhece no processo de ensino-aprendizagem, “[...] a existência de dois processos de mediação: aquele que liga o sujeito aprendiz ao objeto de conhecimento (relação S – O), chamado de mediação cognitiva, e aquele que liga o formador professor a esta relação S – O, chamado de mediação didática”. Neste momento fica evidenciada a importância do papel do professor desde a estruturação das atividades de estudo até sua aplicação e posterior análise.

Somando-se a esta afirmativa sobre os conceitos mais centrais da didática, Libâneo (2009, p. 13) coloca que “[...] em boa parte das teorias, é ver o ensino como atividade de mediação para promover o encontro formativo, educativo, entre o aluno e a matéria de ensino, explicitando o vínculo entre teoria do ensino e teoria do conhecimento”.

Sobre o termo interação, baseado na Teoria Histórico-cultural e no Ensino Desenvolvidor, Puentes e Longarezi (2012, p. 14), explicam que:

As funções psíquicas, especificamente humanas, têm o seu processo de origem e estabelecimento decorrentes da interiorização da atividade externa dos homens, que se transforma em atividade interna mediante a atividade desse sujeito nas suas interações com os outros homens e com a natureza.

Assim sendo, a interação necessita acontecer de modo que os alunos consigam formar os conceitos e as ações mentais. Puentes e Longarezi (2012, p. 10) afirmam que:

Assim, a formação do conceito não se efetiva pela assimilação de seu conteúdo, mas pela aplicação dos signos, tendo em vista verificar se há no material o fenômeno que reflete o conceito. Por último é importante afirmar que novas ações e novos conceitos são adquiridos pela interação com os objetos a eles relacionados, mediatizados por conceitos e ações previamente adquiridos ou pela atividade material e psíquica.

Mas, para que os alunos consigam formar os conceitos, Puentes e Longarezi (2012, p. 16) apontam que as atividades de estudos devem ser estruturadas e aplicadas de maneira que “os conceitos não podem ser transferidos aos alunos em forma acabada, eles mesmos devem obtê-los interagindo com os objetos relacionados a esses conceitos, os quais se encontram na sociedade na forma de cultura”.

O processo de internalização, segundo Puentes e Longarezi (2012, p. 17), está relacionado à aprendizagem. Os autores explicam que:

Assimilar, reproduzir, interiorizar e internalizar são termos que, dentro da teoria histórico-cultural, têm o mesmo significado e podem ser entendidos como sinônimo de aprender ou aprendizagem. Todos eles definem a capacidade humana de transformar a experiência social em experiência individual (o passo do interpsicológico ao intrapsicológico).

O desenvolvimento intelectual dos alunos acontece no momento em que conseguem fazer com que os conceitos externos (pensamento empírico) façam o trânsito do externo (geral) para o interno (individual) e este processo é denominado de internalização. Davydov (1988, p. 31) explica que

Precisamente nesta passagem das formas externas, realizadas, coletivas, da atividade, às formas internas, implícitas e individuais da realização da atividade – ou seja, no processo de interiorização, de transformação do interpsíquico em intrapsíquico – é que acontece o desenvolvimento psíquico do homem.

O termo generalização está relacionado diretamente aos conceitos científicos, já que estes, para Puentes e Longarezi (2012, p. 8):

[...] se caracterizam por constituírem os elementos essenciais da experiência social, as conquistas das gerações anteriores, na forma de imagens abstratas e generalizadas, que os alunos assimilam convertendo-as em experiência individual própria e em elementos de seu desenvolvimento intelectual.

Quanto a isso, Vygotsky *apud* Davydov (1988, p. 44) define que o termo generalização “[...] é o prisma que refrata todas as funções da consciência. Ao fazer a associação entre a generalização e comunicação, vemos que a generalização é uma função da consciência como um todo, não somente do raciocínio. Todas as transações da consciência são generalizações”.

A formação de conceitos se concretiza por meio da generalização, para Davydov (1988, p. 59) “na literatura psico-didática e sobre métodos de ensino, a generalização se caracteriza como a via fundamental para a formação de conceitos nos escolares”.

A apropriação dos conceitos está ligada à reprodução das características essenciais dos conceitos, nos quais os alunos se utilizam durante sua prática diária. Para Davydov (1988, p. 31) este processo “[...] leva o indivíduo à reprodução, em sua própria atividade, das capacidades humanas formadas historicamente. Durante a reprodução, a criança realiza uma atividade que é adequada (mas não idêntica) à atividade encarnada pelas pessoas nestas capacidades”.

[...] apropriar-se do conceito de um objeto implica executar uma determinada ação encaminhada à “transformação” do objeto, mas não necessariamente à “transformação” de sua natureza interna mas sim de sua modificação de objeto desconhecido em objeto conhecido; isto é, de objeto em si, a objeto para si. Junto com a transformação do objeto do conhecimento, o sujeito se transforma a si mesmo produzindo modificações significativas no seu desenvolvimento, seja no plano funcional (quantitativo) seja no evolutivo (formação de um nível psicofisiológico novo) (PUENTES; LONGAREZI, 2012, p. 9).

Além disso, os autores ainda afirmam que “[...] a principal característica do processo de apropriação ou de “aquisição” do conhecimento teórico é, portanto, a criação no homem de aptidões novas, funções psíquicas novas, sob a base da atividade conceitual” (PUENTES E LONGAREZI, 2012, p. 10). E isto só acontece porque

A atividade de aprendizagem tem um papel determinante como condição para a formação de conceitos. A atividade conceitual na criança não surge porque ela domina o conceito, pelo contrário, domina o conceito porque aprende a agir conceitualmente. Sob essa óptica, a aprendizagem se realiza mediante a apropriação da experiência acumulada (PUENTES E LONGAREZI, 2012, p. 21).

Os termos citados e conceituados anteriormente são importantes para se compreender o processo de ensino-aprendizagem embasado na Teoria Histórico-cultural e no Ensino Desenvolvimental e como as atividades de estudos precisam ser estruturadas para que os alunos consigam aprender os conceitos de forma que possam utilizá-los posteriormente em situações que os exigem como ferramentas que possam ser empregadas de forma que facilite sua resolução.

### **3.3 A Teoria do Ensino Desenvolvimental de V. V. Davydov**

A Teoria do Ensino Desenvolvimental formulada por Vasily Vasilyevich Davydov oferece uma base teórico-metodológica para o ensino e se constitui um desdobramento e uma aplicação pedagógica da Teoria Histórico-cultural fundada por Vygotsky.

Davydov nasceu em Moscou em 1930 e faleceu em 1998, cursou Filosofia e Psicologia na Faculdade de Filosofia da Universidade Estadual de Moscou, formando-se em 1953. Juntamente com Elkonin, trabalhou como chefe do laboratório de psicologia no Instituto de Psicologia Geral e Pedagógica da Academia de Ciências Pedagógicas da União Soviética entre

os anos de 1959 e 1983 e, além disso, foi colaborador científico de Luria e Leontiev por muitos anos. Neste mesmo período formou sua equipe de pesquisadores, a qual contou com A. K. Markova e A. I. Aidarova. No ano de 1973 “[...] foi nomeado diretor do Departamento de Filosofia da Universidade de Moscou e, em 1978, assumiu a direção do mencionado Instituto. Foi desligado do partido Comunista em 1983, por razões políticas [...]”. Destacou-se em suas pesquisas realizadas diretamente nas escolas e foi o mais notável pesquisador da terceira geração destes pesquisadores russos que estudaram a psicologia pedagógica desta escola científica (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 319).

Esta teoria surgiu a partir das angústias de Davydov da maneira como a escola russa da época tratava o processo de ensino-aprendizagem nas escolas. “Ele considerava insuficiente a escola que passava aos alunos apenas informação e fatos isolados” e, com um projeto de formar novos homens na sociedade em que estava inserido e via de perto os problemas escolares, “[...] esperava da escola que ensinasse os alunos a orientarem-se com autonomia na informação científica e em qualquer outra esfera do conhecimento, ou seja, que os ensinasse a pensar dialeticamente mediante um ensino que impulsionasse o desenvolvimento mental” (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 315).

Em seguida serão expostos os principais ideais da teoria formulada por Davydov, mostrando os valores da educação e do ensino para que os alunos desenvolvam e formem um pensamento teórico-científico compatível com a sociedade contemporânea.

Antes de iniciar a exposição da teoria do ensino desenvolvimental, é necessário que se definam os pensamentos Empírico, Teórico e Científico. O pensamento Empírico está relacionado às características mais gerais do objeto de estudo, são os dados externos que não revelam as potencialidades essenciais do objeto. Libâneo e Freitas (2013, p. 336) afirmam que “possibilita aos alunos apreender os traços de caráter externo do objeto de estudo, que podem ser descritos, quantificados, medidos, nomeados, definindo suas características imediatas. [...] Não revela suas conexões internas e essenciais”. Sobre isso, Davydov (1986, p. 62) explica que

A lógica formal tradicional e a psicologia pedagógica descrevem somente os resultados do pensamento empírico, que resolve as tarefas de classificar objetos segundo seus traços externos e identificá-los. Os processos de pensamento se limitam aqui: 1) à comparação dos dados sensoriais concretos com a finalidade de separar os traços formalmente gerais e realizar sua classificação; 2) à identificação dos objetos sensoriais concretos com a finalidade de sua inclusão em uma ou outra classe.

Sobre o pensamento Empírico, se pode concluir que tem um importante papel para o desenvolvimento intelectual dos alunos por desvendar características externas, mais imediatas,

do objeto de estudo de maneira que consigam fazer generalizações e formar os conceitos empíricos os quais são considerados o início do processo de conhecimento. É propiciado pelas experiências práticas que as crianças têm em seu meio social. Para Puentes e Longarezi (2012, p. 15) “o conhecimento empírico é a vida do próprio homem e, portanto, é por ele apropriado nas relações sociais que estabelece nos contextos culturais onde vive”.

O Pensamento Teórico, para Davydov (1986, p. 73)

[...] é o processo de idealização de um dos aspectos da atividade objetual-prática, a reprodução, nela, das formas universais das coisas. Tal reprodução tem lugar na atividade laboral das pessoas como experimentação objetual sensorial peculiar. Depois, este experimento adquire cada vez mais um caráter cognoscitivo<sup>5</sup>, permitindo às pessoas passar, com o tempo, aos experimentos realizados mentalmente.

Este pensamento está relacionado à internalização do objeto de estudo por parte dos alunos, os quais conseguem visualizar e construir estes conceitos mentalmente para aplicá-los na resolução de problemas que requerem tais habilidades, ou seja, “pensar teoricamente é, portanto, desenvolver processos mentais pelos quais se chega aos conceitos, transformando-os em ferramentas para fazer generalizações conceituais e aplicá-las a problemas específicos” (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 332).

Já o pensamento Científico, para Davydov (1986, p. 77) utilizando um conceito dado por V. Shtoff, está relacionado à modelação, ou seja, “um sistema representado mentalmente ou realizado materialmente que, refletindo ou reproduzindo o objeto de investigação, é capaz de substituí-lo de modo que seu estudo nos dê uma nova informação sobre este objeto”. Em outras palavras, é o conceito nuclear de um objeto de estudo.

Logo, a junção dos termos Teórico e Científico nos conceitos de Davydov, quando trata do Pensamento Teórico-Científico, está relacionado à internalização dos conceitos estudados de forma que, mesmo sem ter contato direto com o objeto de estudo, estes possam ser construídos mentalmente de tal forma que sejam utilizados na resolução de problemas que necessitam destes conceitos internalizados como ferramentas de mediação entre o problema e suas formas de resolução.

A Teoria do Ensino Desenvolvimental é uma proposta “[...] de ensino-aprendizagem que ressalta a influência da educação e do ensino no desenvolvimento dos alunos” (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 316). Nesta afirmação, educação e ensino estão postas com seu significado real, ou seja, educação como sendo a formação e desenvolvimento da capacidade

---

<sup>5</sup> Que tem a faculdade de conhecer. "cognoscitivo", in Dicionário Priberam da Língua Portuguesa [em linha], 2008-2013, <http://www.priberam.pt/DLPO/cognoscitivo> [consultado em 31-07-2015].

intelectual dos alunos e ensino a ação ou conjunto de métodos para que este desenvolvimento intelectual aconteça (AULETE, 2004).

Libâneo e Freitas (2013) afirmam que, para Davydov, o ensino mais adequado para a sociedade atual, é aquele que transforma os alunos, social e pessoalmente, “[...] que o ajude a desenvolver a análise dos objetos de estudo por uma forma de pensamento abstrata, generalizada, dialética”. A sociedade atual russa citada anteriormente está ligada às formas tradicionais utilizadas na escola daquela época, do mesmo modo como acontecem no Brasil atualmente, a qual tem uma proposta pedagógica centrada e fundamentada na exposição de conteúdos as quais eram realizadas na Pedagogia Jesuítica, com um enfoque exponencial na oralidade. As etapas seguidas nas pedagogias tradicionais eram: i) primeiro eram aprendidas as características aparentes dos objetos; ii) em seguida os objetos eram comparados uns com os outros e classificados; iii) essas etapas resultavam na aquisição de conhecimentos empíricos pelos alunos.

A aprovação da teoria proposta por Davydov está relacionada à proposta da reforma educacional da União Soviética na época, o autor aponta que

[...] a proposta básica de que o ensino e a educação realizados na escola são os principais determinantes do desenvolvimento mental de crianças em idade escolar, se ajusta com exatidão à política de que o ensino eficaz é o fator determinante na melhoria da escolarização, que é o ponto decisivo da retórica da atual reforma educacional soviética (1986, p. 3).

Se contrapondo ao método tradicional da pedagogia utilizada, Davydov propôs uma tese inversa, a qual seguiam os seguintes passos: i) primeiro os alunos devem aprender o aspecto genético e essencial dos objetos, ligado ao modo próprio de operar a ciência; ii) depois, utilizando o método geral, os alunos resolvem tarefas concretas; iii) compreendendo a articulação entre o todo e as partes e vice-versa. Estas etapas mentais foram definidas por Davydov como pensamento teórico. Esta proposta foi desenvolvida como sendo o objetivo principal de sua pesquisa de doutorado tendo como base “as peculiaridades psicológicas da formação do pensamento nos alunos, sobretudo a abstração, a generalização e o conceito, enquanto bases para a estruturação das disciplinas escolares” (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 318).

O pensamento abstrato é desenvolvido por meio da criação de situações imaginárias (VYGOTSKY, 2008, p. 69). Além disso, Davydov (1986, p. 65) citando Hegel, coloca que

Em sua época, Hegel mostrou, engenhosamente, que esse pensamento abstrato se encontra com maior frequência na vida. As pessoas pensam, predominantemente, em forma abstrata, separando aspectos isolados do objeto, que em uma ou outra relação resultam semelhantes a algum outro; estes momentos isolados se adjudicam a todo o

objeto como tal, sem por em evidência a vinculação interna de seus aspectos e particularidades. Pensar abstratamente é o mais fácil.

É por meio do pensamento abstrato que os indivíduos conseguem captar as características mais externas nos objetos de estudo. É o primeiro contato entre o aluno e o objeto em que aquele consegue caracterizar suas principais particularidades de forma imediata e fazer comparações.

O pensamento generalizado “[...] é uma função da consciência como um todo, não somente do raciocínio. Todas as transações da consciência são generalizações” (VYGOTSKY *apud* DAVYDOV, 1986, p. 44). Para Davydov (1986, p. 59) na literatura psico-didática e sobre métodos de ensino, a generalização se caracteriza como a via fundamental para a formação de conceitos nos escolares”. É a partir da generalização que os alunos conseguem efetuar comparações entre grupos ou objetos, caracterizá-los pelas particularidades em comum e, com isso, chegam mais facilmente aos conceitos de determinado objeto de estudo.

Já “o pensamento dialético põe em evidência as passagens, o movimento, o desenvolvimento, graças ao qual pode examinar as coisas de acordo com a natureza própria destas. Aqui radica a verdadeira significação do pensamento dialético para a ciência” (DAVYDOV, 1986, p. 64). O papel do pensamento é captar todo o movimento do desenvolvimento mental dos indivíduos e para que isso aconteça o pensamento dialético é indispensável.

Além disso, Libâneo e Freitas (2013, p. 323) expõe que “Davydov não apenas aprimorou a teoria pedagógica dentro da teoria histórico-cultural como levou a consequências práticas a relação entre educação e desenvolvimento formulado por Vygotsky”.

Davydov dedicou sua vida às pesquisas diretamente nas escolas, onde aplicava e acompanhava pessoalmente todas as atividades de estudo desenvolvidas com os alunos. Para ele “a questão mais central da psicologia pedagógica é a relação entre a educação e o desenvolvimento, explicada pela lei geral da gênese das funções psíquicas da criança no convívio com os adultos e com os colegas no processo de ensino-aprendizagem na escola” (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 324).

Como desdobramento da Teoria Histórico-Cultural, acreditava que as relações entre as crianças e as pessoas que as cercam são transformadas e internalizadas. Libâneo e Freitas (2013) afirmam que o aspecto essencial do aprendizado é que ele faz surgir, estimula e ativa na criança processos internos de desenvolvimento. Condição indispensável é a relação entre a criança e os que os cercam que se convertem em aquisições internas.

Assim sendo, a essência da Teoria do Ensino Desenvolvimental está relacionada à atividade de estudo e seu objeto. Esta atividade de estudo deve seguir os passos descritos anteriormente, onde os alunos precisam estar conscientes da importância do objeto de estudo, a história de seu surgimento, quais necessidades a sociedade tinha para que este objeto fosse desenvolvido, como pode ser utilizado na sociedade contemporânea, são etapas que levam os alunos a se apropriarem do conceito do objeto de forma que consigam o aplicar como ferramenta para resolução de problemas específicos.

Seguindo a lógica do pensamento do materialismo dialético marxista, Davydov afirmava que toda “[...] atividade humana é compreendida como um processo em que a realidade é transformada pela atuação criativa dos seres humanos, originalmente pelo trabalho e do qual derivam todos os demais tipos de atividade humana mental e material” (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 330). É por meio da atividade que os alunos conseguem se apropriar e reproduzir em si mesmos as atividades coletivas realizadas social e historicamente.

A atividade de estudo proposta por Davydov foi fundamentada em Leontiev. No entanto, Davydov introduziu vários fatores importantes para a estrutura psicológica da atividade, entre os quais se destaca a motivação ou o desejo. A motivação impulsiona o desejo em querer aprender o conteúdo que se está sendo abordado, em se apropriar dos conceitos históricos que foram essenciais para o desenvolvimento da humanidade.

Fundamentando-se em Leontiev, Davydov identificou o conhecimento teórico como o conteúdo central e específico da atividade de aprendizagem dos alunos. Esta atividade supõe, em primeiro lugar, a necessidade dos alunos de se apropriarem da experiência social e histórica da humanidade, ou seja, os objetos de conhecimento (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 331).

As atividades de estudo pautadas no Ensino Desenvolvimental necessitam contemplar esta variável, pois “o desejo é essencial na estrutura interdisciplinar da atividade, é o núcleo básico de uma necessidade (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 331). Davydov (1986, p. 93) explica que “uma atitude consciente das crianças em relação ao estudo se apoia em sua necessidade, desejo e capacidade de estudar, os quais surgem no processo de realização real da atividade de aprendizagem”.

A elaboração das atividades de estudo precisa ser realizada de forma que consigam formar nos alunos o pensamento teórico-científico, este é o papel do professor. Libâneo e Freitas (2013, p. 332) expõem que “para cumpri-lo, [...] o professor deve investigar o aspecto ou relação nuclear do objeto de estudo, na qual aparecem as relações fundamentais de sua gênese e transformação histórica, expressando seu princípio geral”. A partir desta etapa o professor necessita organizar a atividade de estudo de forma estruturada, levando os alunos a

criarem abstrações e generalizações conceituais. Como resultado deste processo, os alunos precisam conseguir aplicar os conceitos apreendidos para analisar e solucionar problemas específicos e reais que envolvam o objeto que foi estudado.

Para chegar ao conceito do objeto, o pensamento do aluno segue o caminho da abstração e generalização. Seu pensamento precisa realizar o trânsito e as transformações do objeto desde sua manifestação abstrata até sua manifestação concreta, desde seu caráter generalizado ao seu caráter singular (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 335).

Davydov (1986, p. 46) explica que “a aplicação do conhecimento no processo do trabalho adquirido durante a aprendizagem leva os adolescentes a um entendimento do valor social de seus sucessos pessoais”. Neste momento de aplicação dos conhecimentos adquiridos no processo de ensino-aprendizagem que mostram o desenvolvimento dos alunos, as mudanças qualitativas que ocorrem são resultados das atividades de estudo embasadas em métodos que levam os alunos a uma experiência social e histórica que foi constituída ao longo do tempo e internalizada por meio da interação com as demais pessoas.

Dessa forma, Davydov organiza o processo de ensino-aprendizagem de acordo com os passos a seguir, salientando que “durante a realização da tarefa, a necessidade impulsiona o motivo do aluno e assim cria-se um motivo para aprender” (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 343).

- i) Orientação das necessidades e motivos dos alunos para a apropriação das riquezas culturais da espécie humana;
- ii) Formulação de tarefas de estudo cuja solução exija dos alunos a realização de experimentos com o objeto a ser apropriado;
- iii) Que estas tarefas requeiram dos alunos a análise das condições dos conceitos específicos do conhecimento teórico e se apropriem das ações ou modos generalizados correspondentes (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 342).

Em síntese, aplicar o Ensino Desenvolvimental para a apropriação de conceitos significa empregar meios de organização do ensino que levem os alunos a alcançarem, ativamente, novo nível de desenvolvimento de suas competências intelectuais e não simplesmente a adaptarem-se ao nível de desenvolvimento presente, já formado (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 344). É, acima de tudo, colocar os alunos em uma situação de aprendizagem os quais consigam internalizar os conceitos estudados de forma que possam empregá-los como ferramenta de mediação para resolverem problemas específicos do cotidiano, transformando o meio em que estão inseridos por meio de sua participação ativa e crítica no processo de desenvolvimento social.

Confirmando, Davydov (1986, p. 104) explica que para conseguir formar no aluno uma personalidade criadora que é de interesse comum de educadores e psicólogos, é necessário

que “o ensino desenvolvimental elementar deve ser direcionado, antes de tudo, à solução desta importantíssima finalidade da escola contemporânea, ou seja, formar nos escolares de menor idade uma atitude criadora em relação à atividade de aprendizagem”.

Os principais marcos teóricos da Teoria do Ensino Desenvolvimental os quais foram resultados das pesquisas de Davydov e precisam estar presentes na estrutura das atividades de estudo estão expostos nos tópicos a seguir.

### 3.3.1 A aprendizagem vai do interpessoal para o intrapessoal

Como já foi dito anteriormente, a Teoria do Ensino Desenvolvimental é um desdobramento pedagógico da Teoria Histórico-Cultural formulada por Vygotsky. Sendo assim, alguns referenciais deste autor são importantes para descrever o processo de internalização dos conceitos por parte das crianças no momento em que estão em contato com outras pessoas. Vygotsky (2008, p. 41) afirma que “o processo interpessoal é transformado num processo intrapessoal”, em outras palavras, “todas as funções no desenvolvimento da criança aparecem duas vezes: primeiro, no nível social, e, depois, no nível individual; primeiro, entre pessoas (interpsicológica), e, depois, no interior da criança (intrapsicológica)”.

Davydov aplicou este procedimento nas atividades de estudo conforme as determinações de Vygotsky. Explicou que “a transição da atividade social coletiva para a atividade individual é essencialmente um processo de interiorização” (DAVYDOV, 1986, p. 141). Este processo de interiorização está intimamente ligado às relações entre os indivíduos sociais. Vygotsky *apud* Davydov (1986, p. 141) expõe que “as funções primeiramente se constituem inicialmente no coletivo, na forma de relações entre as crianças e depois se transformam em funções mentais da personalidade [indivíduo]”.

Nas atividades de estudo estruturadas segundo as definições da Teoria do Ensino Desenvolvimental devem proporcionar esta ascensão dos conceitos do meio social para o individual. Quanto a este fator, Libâneo (2004, p. 7) afirma que:

Deve-se levar em consideração as origens sociais do processo de desenvolvimento, ou seja, o desenvolvimento individual depende do desenvolvimento do coletivo. A atividade cognitiva é inseparável do meio cultural, tendo lugar em um sistema interpessoal de forma que, através das interações com esse meio, os alunos aprendem os instrumentos cognitivos e comunicativos de sua cultura. Isto caracteriza o processo de internalização das funções mentais.

Para Davydov (1986, p. 145) o conceito de internalização da atividade é “*ab initio*<sup>6</sup> do fenômeno social e só se desenvolve no contexto da cooperação e comunicação humana”. Em outras palavras, Davydov enfatiza que a partir da apropriação da experiência cultural, histórica e social, as crianças conseguem reproduzir em si mesmas as atividades da coletividade por meio do processo de interiorização. Para concluir, Vygotsky (2008, p. 40) define interiorização como sendo “a reconstrução interna de uma operação externa”.

### 3.3.2 O papel da escola no Ensino Desenvolvimental

Davydov (1986, p. 60) afirma que “a formação, nas crianças, das generalizações conceituais se considera uma das finalidades principais do ensino escolar”. Para o autor, a escola necessita desempenhar o papel de ensinar os conceitos para os alunos, é no ambiente escolar que as crianças conseguem relacionar os conceitos estudados nas disciplinas com sua aplicação social.

De acordo com esta concepção, os PCN da disciplina de Matemática indicam que

É importante salientar que partir dos conhecimentos que as crianças possuem não significa restringir-se a eles, pois é papel da escola ampliar esse universo de conhecimentos e dar condições a elas de estabelecerem vínculos entre o que conhecem e os novos conteúdos que vão construir, possibilitando uma aprendizagem significativa (BRASIL, 1997, p. 45).

É nesta perspectiva que a atividade de estudo precisa ser pensada e elaborada, dando aos alunos a oportunidade de internalizarem os objetos por meio de generalizações conceituais. Neste ponto, o papel do professor é muito importante, pois é a partir de sua prática docente que as atividades contemplarão um aprendizado significativo. Além disso, os PCN de Matemática do Ensino Fundamental têm como princípio que “a atividade Matemática escolar não é “olhar para coisas prontas e definitivas”, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade” (BRASIL, 1997, p. 19).

Davydov defende que, na escola, os conceitos precisam ser ensinados de forma que levem os alunos a interferirem no ambiente em que estão inseridos de forma crítica e participativa. Libâneo e Freitas (2013) colocam que Davydov se empenhou em formular um sistema de ensino que tinha o conhecimento teórico como a base fundamental para a construção,

---

<sup>6</sup> (locução latina, de ab, desde + initio, ablativo singular de initium, -ii, início, começo, origem). Desde o princípio, desde o começo; desde que o mundo é mundo. "ab initio", in Dicionário Priberam da Língua Portuguesa [em linha], 2008-2013, <http://www.priberam.pt/DLPO/ab%20initio> [consultado em 31-03-2015].

por parte dos alunos, de uma consciência em relação à realidade. Defendia ainda que a estruturação das atividades escolares deveria ter como base a abstração, a generalização e o conceito para uma melhor formação do pensamento dos alunos.

### 3.3.3 A atividade precede o desenvolvimento

O desenvolvimento mental dos alunos se amplia por meio das atividades de estudo. Davydov (1986, p. 95) afirma que “as crianças em idade escolar não criam conceitos, imagens, valores e normas de moralidade social, mas apropriam-se deles no processo da atividade de aprendizagem”.

Libâneo e Freitas (2013, p. 340) apontam que a formação e generalização dos conceitos estão diretamente ligados ao processo de ensino-aprendizagem e, com isso, explicam que “a atividade de estudo é uma atividade peculiar ao ser humano que ocorre nos processos de apropriação da realidade, quando esses processos visam uma transformação do material (conteúdo) a ser apropriado, gerando algum produto mental novo (conhecimento)”.

Davydov (1986) mostra que “o pensamento teórico é formado nos escolares durante a realização da atividade de aprendizagem”. Estas atividades devem criar uma relação entre os conteúdos que estão sendo estudados e as necessidades dos alunos para que estes consigam se apropriar da cultura e dominar os conceitos.

Para que isso ocorra, Libâneo (2004, p. 8) diz que “[...] é necessário que o sujeito realize determinada atividade, dirigida à apropriação da cultura”. Ou seja, o indivíduo só conseguirá reproduzir as condutas e procedimentos culturais por meio da realização de alguma atividade específica para este fim.

### 3.3.4 O método deriva do conteúdo a ser estudado

A base do Ensino Desenvolvimental é o conteúdo, e dele derivam os métodos ou procedimentos de organização do ensino. Assim, Davydov (1986, p. 105) afirma que “o programa, que determina o conteúdo da matéria, determina também os métodos de ensino, a natureza do material didático, o período do ensino e outros elementos do processo”. Isso mostra que todos os procedimentos ligados ao ensino são determinados após a definição dos conteúdos que serão estudados.

Isto posto, para Davydov (1986, p. 8) o conhecimento teórico é o conteúdo da atividade o qual foi assimilado pelos alunos no momento de resolução de tarefas em sala de aula “por meio de ações especiais (transformação dos dados do problema, modelação, controle, avaliação,

etc)”. Para tanto, cada conteúdo estudado precisa ter uma ação específica do professor e suas ferramentas para mediar o conhecimento e os alunos.

De acordo com as concepções de Davydov acerca dos procedimentos e organização do ensino terem como ponto de partida o conteúdo ou objeto de estudo, Libâneo (2004, p. 16) faz a seguinte explanação com embasamento na Teoria do Ensino Desenvolvimental e suas raízes na Teoria Histórico-Cultural:

Um ensino mais vivo e eficaz para a formação da personalidade deve basear-se no desenvolvimento do pensamento teórico. Trata-se de um processo pelo qual se revela a essência e o desenvolvimento dos objetos de conhecimento e, com isso, a aquisição de métodos e estratégias cognitivas gerais de cada ciência, em função de analisar e resolver problemas e situações concretas da vida prática.

Em relação ao conteúdo e o método de ensino, Libâneo e Freitas (2013, p. 339) afirmam que, “para Davydov (1982), os conteúdos e os métodos do ensino não visam apenas familiarizar os alunos com os fatos, com os objetos; visam, sobretudo, o conhecimento das relações entre eles, encontradas no processo de sua origem e transformação”.

Com base nas afirmações anteriores, conclui-se que de acordo com determinado conteúdo a ser abordado nas aulas, um método específico de organização do ensino necessita ser estruturado, as várias ferramentas de mediação que estão à disposição do professor lhe dão uma infinidade de possibilidades de construção de um ambiente de aprendizagem que leve os alunos a se apropriarem dos conceitos estudados.

### 3.3.5 O método vai do geral para particular

O pensamento do aluno necessita fazer a ascensão ou o trânsito do geral para o particular. Em outras palavras, é necessário que o aluno consiga visualizar o objeto estudado desde suas características abstratas mais gerais, até sua forma mais concreta, mais individual. Davydov (1986, p. 81) explica que “a reprodução teórica do concreto real como unidade do diverso se realiza pelo procedimento de ascensão do abstrato ao concreto”.

O pensamento abstrato oriundo de análises empíricas, aquelas realizadas de forma externa, a qual capta as características mais imediatas dos objetos concretos e possibilita classificações e comparações com outros objetos é o ponto inicial para o desenvolvimento mental dos indivíduos. O pensamento teórico é a internalização dos conceitos apreendidos inicialmente de forma abstrata e, por meio de atividades de estudo, são materializadas mentalmente de forma a reproduzir o objeto real.

Quanto a isso, Davydov explica de forma sintetizada o trânsito do abstrato ao concreto quando afirma “[...] que na forma desenvolvida é, por essência, a capacidade de ver o todo antes que de suas partes, isto é, uma atividade da imaginação. Isso é muito importante como premissa e uma das condições indispensáveis da reprodução teórica da realidade” (DAVYDOV, 1986, p. 86).

A partir disso, Davydov (1986, p. 86) explica que o pensamento teórico se realiza da seguinte forma:

1) pela análise dos dados reais e sua generalização separa-se a abstração substantiva, que estabelece a essência do objeto concreto estudado e que se expressa no conceito de sua “célula”; 2) depois, pelo caminho da revelação das contradições nesta “célula” e da determinação do procedimento para sua solução prática, segue a ascensão a partir da essência abstrata e da relação universal não desmembrada, até a unidade dos aspectos diversos do todo em desenvolvimento, ao concreto.

Fazer com que os alunos concretizem mentalmente determinados conceitos e os apliquem em problemas específicos é um papel importante na prática docente e que precisa ser explorado com maior frequência, os PCN de Matemática enfatizam com clareza este aspecto ao afirmarem que

[...] a vitalidade da Matemática deve-se também ao fato de que, apesar de seu caráter abstrato, seus conceitos e resultados têm origem no mundo real e encontram muitas aplicações em outras ciências e em inúmeros aspectos práticos da vida diária: na indústria, no comércio e na área tecnológica.

Transformar o pensamento abstrato dos alunos em pensamento teórico é uma característica do Ensino Desenvolvimental, sendo papel do professor organizar as tarefas para que esta mudança aconteça. Com isso, o professor pode utilizá-lo para resolver problemas de diversos campos do ensino-aprendizagem, mais especificamente da Matemática, pois os PCN desta disciplina enfatizam que “o conhecimento matemático é fruto de um processo de que fazem parte a imaginação, [...]. Mas ele é apresentado de forma descontextualizada, atemporal e geral, porque é preocupação do matemático comunicar resultados e não o processo pelo qual os produziu”. Além disso, aponta que a realidade do ensino-aprendizagem da Matemática envolve muitos conflitos, dentre eles, menciona a abstração e a concretude como um fator negativo desta ciência.

### 3.3.6 A atividade deve atingir o núcleo do objeto

Ao iniciar um estudo, é importante que o professor deixe claro quais as características essenciais do objeto que está sendo estudado. As atividades propostas necessitam atingir esta essência de forma concisa e clara para os alunos. Libâneo e Freitas (2013, p. 335) explicam que

[...] para ensinar certo objeto de conhecimento, o professor estrutura antes uma atividade em que, primeiramente, os alunos apreendam o conceito teórico deste objeto para, depois, utilizá-lo como uma base genética geral na análise do objeto em distintas formas e contextos particulares concretos.

Inicialmente, é necessário que os alunos entendam o conceito nuclear do objeto de estudo, suas características mais gerais, as quais são identificadas sensorialmente, para que consigam fazer generalizações e comparações que possam servir como base para identificar características de outros objetos com definições em comum.

Davydov (1986, p. 95) aponta que “[...] no começo buscam identificar o “núcleo” inicial do material de estudo; depois, tendo por base este núcleo, deduzem as diversas particularidades do material dado [...]”. É a partir da solução e identificação do núcleo do objeto que os alunos conseguem formar os conceitos dos objetos de estudo, uma das últimas etapas da atividade de estudo. O autor explica este procedimento da seguinte forma:

[...] os alunos primeiramente descobrem a relação geral principal em certa área, constroem sobre sua base a generalização substantiva e, graças a ela, determinam o conteúdo do “núcleo” da matéria estudada, convertendo-a em meio para deduzir relações mais particulares, isto é, um conceito (DAVYDOV, 1986, p. 96).

É a partir da identificação da noção nuclear do objeto de estudo, que se inicia por meio de atividades estruturadas pelo professor para este fim, que os alunos conseguem construir mentalmente os conceitos essenciais do objeto e, conseqüentemente, conseguem aplicá-los em problemas específicos que necessitam desta ferramenta para serem sanados ou na identificação de objetos que possuem características em comum.

### 3.3.7 A utilização da história do objeto no processo de ensino-aprendizagem

Um aspecto essencial para se chegar ao núcleo do objeto de estudo é conhecer seu percurso histórico, as necessidades da sociedade no momento de sua definição, como seus conceitos foram elaborados e qual seria sua aplicação na sociedade contemporânea. Neste sentido, a história do objeto é de suma importância para a apropriação dos conceitos, haja vista que “[...] a necessidade dos alunos de se apropriarem da experiência social e histórica da humanidade, ou seja, os objetos de conhecimento” se fazem importantes para se estruturar uma

atividade de estudo, visando alcançar a essência do objeto e internalizar os conceitos (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 331).

Os alunos necessitam sentir necessidade de entender o percurso histórico e social do objeto de estudo, podendo interagir diretamente com os conceitos vivenciados pelas gerações passadas e ter a oportunidade de modificar a realidade da sociedade que está inserido por meio da aquisição de conhecimentos específicos de cada realidade.

### 3.3.8 O contexto do aluno e sua relação com os conteúdos estudados

Para que as atividades de estudo façam sentido para os alunos, é necessário que estas sejam contextualizadas de acordo com o meio social de cada um. Para Davydov (1986, p. 17) “em essência, a atividade pressupõe não apenas as ações de um só indivíduo tomado isoladamente, mas também suas ações no contexto da atividade das outras pessoas, ou seja, pressupõe certa atividade conjunta”. A atividade precisa atingir a heterogeneidade da sala de aula, englobando as mais variadas culturas e, a partir disso, desenvolver nos alunos a interação entre as culturas.

Sobre isso, Vygotsky (1971) *apud* Davydov (1986, p. 38) afirma que:

Esta situação social determina totalmente e integralmente as formas e o caminho pelos quais a criança adquire continuamente novos atributos à personalidade, um após o outro e extraíndo deles a fonte básica para o desenvolvimento, o caminho pelo qual o social se torna o individual.

É por meio de atividades de estudo contextualizadas que as relações interpessoais ganham um significado mais pedagógico, ou seja, os conhecimentos dos companheiros e do professor são expostos e cada um se apropria daquilo que lhe é conveniente. A formação de conceitos se dá do social para o individual e, a partir daí, “[...] quando as crianças já desenvolveram o modo geral de solução da tarefa de aprendizagem pode se exigir deles que o apliquem no contexto de problemas particulares de natureza prática” (DAVYDOV, 1986, p. 118).

O contexto dos alunos, o qual foi analisado e utilizado durante o planejamento das atividades de estudo, também foi utilizado no momento da elaboração e organização das atividades de estudo com o intuito de colocar os alunos em contato direto com as suas práticas diárias. Ao final da atividade o contexto também é importante, pois é nele que os alunos conseguem aplicar os conceitos que foram internalizados por meio das atividades, com a relação com os demais colegas, suas experiências e práticas sociais e culturais. Freitas e Limonta (2012, p. 80) afirmam que:

Essa é uma importante contribuição epistemológica desta teoria para a didática: o ensino de um conteúdo deve seguir a direção do geral para o particular – primeiro os alunos aprendem e interiorizam no plano social compartilhado o(s) conceito(s) que compõem o conteúdo e só depois lidam com estes conceitos em situações individuais e particulares, nas diversas formas como ele se apresenta, em distintos contextos.

Internalizar um conceito é para o aluno a possibilidade de interagir com a sociedade em que se está inserido de forma autônoma e crítica. Por meio de atividades de estudo contextualizadas os alunos têm uma maior facilidade em internalizar os conceitos que estão sempre externos aos indivíduos e conseguir lidar com as informações científicas de forma crítica.

### 3.3.9 A importância do desejo e a motivação na estrutura das atividades

Com fundamentação na teoria da Atividade de Leontiev, Davydov foi além e incorporou na estrutura psicológica das atividades de estudo o desejo. Este elemento impulsiona a motivação, que pode estar relacionado a vários fatores, como, por exemplo, na vontade dos alunos em aprender e este aspecto deve estar inserido como fator predominante na estrutura das atividades. Libâneo e Freitas (2013) apontam que Davydov acrescentou na estrutura das atividades de estudo um elemento que é essencial na estrutura interdisciplinar da atividade, o desejo. Para os autores “[...] é o núcleo básico de uma necessidade” (p. 331) e “durante a realização da tarefa, a necessidade impulsiona o motivo do aluno e assim cria-se um motivo para aprender” (p. 343).

Quanto a isso, Davydov (1986, p. 51) afirma que “a esfera das motivações e necessidades é o componente essencial da atividade humana”. É neste ponto que as atividades devem ser estruturadas para que os alunos sintam a necessidade e estimulados em aprender.

Uma consideração a respeito da teoria da atividade e do ensino desenvolvimental de Davydov é a importância do desejo e das motivações da criança para o aprender. A tarefa proposta pelo professor deve-se constituir no próprio motivo de sua realização, ou seja, deve provocar no aluno a necessidade de resolver o problema ou questão contidos na tarefa. Mas é preciso que o aluno deseje aprender, que a aprendizagem do conceito se realize impulsionada por um motivo pessoal para aprender (FREITAS E LIMONTA, 2012, p. 82).

No momento de realização das atividades de estudo, o professor necessita estar convicto de que os alunos estejam estimulados a resolverem as tarefas. Assim sendo, precisam ter em mente que “uma atitude consciente das crianças em relação ao estudo se apoia em sua necessidade, desejo e capacidade de estudar, os quais surgem no processo de realização real da atividade de aprendizagem” (DAVYDOV, 1986, p. 93).

Como se sabe, a atividade humana corresponde a determinada necessidade; as ações, correspondem aos motivos. Na formação dos escolares de menor idade, é da necessidade da atividade de aprendizagem que deriva sua concretização na diversidade de motivos que exigem das crianças a realização de ações de aprendizagem (DAVYDOV, 1986, p. 97).

Em resumo, as atividades precisam ser estruturadas, além de todas as características anteriores, de forma que levem os alunos a terem necessidade de aprender determinado conteúdo. É a partir daí que todas as demais características da atividade de estudo terão valor, pois sem a resolução intensiva dos alunos de forma espontânea é que a apropriação dos conceitos acontecerá.

Assim, o desejo de aprender determinado conteúdo está intimamente ligado à motivação para a realização da tarefa – a motivação para a realização da tarefa de uma certa maneira é o elo social (pois a tarefa foi elaborada pelo professor a partir de outras tantas ferramentas culturais), que cria na criança o desejo de participar daquela atividade, de responder às perguntas do professor, de dizer aos outros o que já sabe, enfim, de aprender (FREITAS E LIMONTA, 2012, p. 82).

Deste modo, o desejo deve passar de um plano social, externo para, posteriormente, ser interiorizado e passar a acontecer num plano interno, individual.

### **3.4 O papel do professor no Ensino Desenvolvimental**

Com base nas ideias de Leontiev sobre o papel do professor e do aluno no contexto educacional capitalista, Longarezi e Franco (2015, p. 107) afirmam que estes ocupam papéis distintos na sociedade e, com isso, suas atividades também são distintas dentro da escola. Ou seja “[...] o primeiro, na condição de trabalhador, encontra-se em atividade de ensino e o segundo em atividade de estudo. Estas, então, constituem-se nas atividades guias, as que principalmente dirigem o desenvolvimento de ambos”.

Além disso, as autoras ainda colocam que, segundo as concepções teóricas de Leontiev, as atividades devem potencializar o desenvolvimento do professor e para que isso realmente aconteça, se faz necessária a coincidência dos motivos da atividade com o objeto de ação do professor (LONGAREZI E FRANCO, 2015, p. 107). Logo, cabe a ele realizar essa simultaneidade entre as duas variáveis dentro da estrutura da atividade de estudo, que deve resultar na coincidência do motivo da atividade de estudar do aluno com sua necessidade de se formar teoricamente, o que possibilitará o desenvolvimento do seu pensamento científico.

Seguindo as concepções de Leontiev e de Davydov sobre a atividade de estudo e o professor, Longarezi e Franco (2015, p. 107) apontam que

[...] a atividade de estudo se realiza mediante determinadas ações que sejam intencionalmente – atividade de ensino organizada pelo professor – planejadas para a satisfação de necessidades coletivas do grupo de estudantes e precisam ser organizadas de modo que os motivos coincidam com a finalidade da ação, só assim se constituirão atividade para os sujeitos estudantes.

Confirmando a ideia de Leontiev sobre o papel do professor, Davydov (1988, p. 32) afirma que “[...] segundo as palavras de Rubinshtein<sup>7</sup>, o processo pedagógico, enquanto atividade do professor-educador, forma a personalidade em desenvolvimento da criança na medida em que o educador dirige a atividade da criança ao invés de substituí-la”.

Assim sendo, o professor deve estruturar as atividades de estudo de modo que estas façam sentido para os estudantes. Em outras palavras, que elas também sejam consideradas atividades que desenvolvam o pensamento científico nos estudantes que, por sua vez, sintam que as atividades sejam necessárias para seu desenvolvimento.

Libâneo e Freitas (2013, p. 338) expõem o papel do professor ao afirmarem que “[...] na estrutura da atividade de estudo, as ações propostas pelo professor precisam propiciar aos alunos a descoberta das relações originais e relevantes do objeto de estudo”. Porém, “[...] o professor não expõe aos alunos a noção” do objeto de estudo, ele organiza as tarefas de modo que os alunos façam exercícios sobre a noção nuclear e “dessa forma, os alunos descobrem as condições de origem do objeto que estão aprendendo, isto é, a relação geral, principal do conteúdo, produzindo em seu pensamento a generalização substantiva” (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 339).

De fato, para que as atividades estejam de acordo com a necessidade dos estudantes e façam sentido para que estes se sintam estimulados para realizar tais atividades, Davydov (1988, p. 65) aponta que

[...] a psicologia pedagógica vigente recomenda aos professores utilizar a experiência empírica cotidiana de familiarização dos escolares com as coisas e fenômenos como base para que assimilem os conhecimentos escolares. Com isso, se reconhece, de fato, a homogeneidade tanto do conteúdo como do procedimento de aquisição dos conhecimentos na infância pré-escolar e durante o ensino escolar, especialmente organizada.

---

<sup>7</sup> Sergei L. Rubinshtein (06/06/1989-11/01/1960): Um dos psicólogos soviéticos que analisou e desenvolveu a teoria do conceito da atividade com contribuições significativas. Salientando que o primeiro psicólogo soviético que introduziu este conceito na teoria psicológica foi Vygotsky.

Assim sendo, as atividades de estudo devem estar relacionadas com a realidade social em que os alunos estão inseridos. Isto, para que o pensamento empírico seja utilizado no momento da realização das atividades com o intuito de proporcionar um melhor desenvolvimento do pensamento científico dos alunos. Este procedimento incorporado na atividade faz com que os alunos sintam a necessidade de adquirir conhecimentos teóricos correspondentes à sua realidade. Assim sendo, o professor deve, juntamente com os alunos, por meio de tarefas mais simples, proporcionar momentos que façam com que os alunos assimilem o real sentido dos conceitos estudados.

No início da vida escolar a criança ainda não experimenta a necessidade de conhecimentos teóricos como base psicológica da atividade de aprendizagem. Esta necessidade surge no processo de assimilação real dos conhecimentos teóricos elementares durante a realização, junto com o professor, de ações de aprendizagem mais simples, dirigidas à solução das tarefas correspondentes (DAVYDOV, 1988, p. 67).

Sobre o procedimento explicitado anteriormente, Davydov (1988, p. 97) expõe que o professor deve organizar as atividades de estudo de modo que exija dos alunos:

1) a análise do material factual a fim de descobrir nele alguma relação geral que apresente uma vinculação governada por uma lei com as diversas manifestações deste material, ou seja, a construção da generalização e da abstração substantivas; 2) a dedução, baseada na abstração e generalização, das relações particulares do material dado e sua união (síntese) em algum objeto integral, ou seja, a construção de seu “núcleo” e do objeto mental concreto; e 3) o domínio, neste processo de análise e síntese, do procedimento geral (“modo geral”) de construção do objeto estudado.

De fato, os elementos anteriormente citados, apontam os procedimentos ideias para que os alunos consigam criar generalizações acerca dos conceitos estudados. Consequentemente, o papel do professor deve ser o de mediador entre os conteúdos e os alunos, de modo que permita que estes consigam criar possibilidades de resoluções gerais que possam ser utilizadas em casos específicos. Quanto a isso, Davydov (1988, p. 101) explica que

O professor demonstra aos alunos situações semelhantes e lhes pede que tentem achar um modo adequado de se resolver uma determinada tarefa. As crianças formulam várias hipóteses e, com a ajuda do professor, chegam à conclusão de que em todos os casos semelhantes se deve realizar uma comparação mediatizada.

No que diz respeito à generalização dos conceitos, o professor deve propor situações em que os alunos consigam assimilar o elemento nuclear e, a partir disso, utilizá-lo como instrumento para resolução de outras tarefas que exigem os mesmos procedimentos para suas resoluções. É neste momento que os alunos conseguem abstrair o conceito e, segundo Davydov (1988, p. 106)

[...] se o conteúdo da matéria escolar está estruturado conforme o princípio da ascensão do pensamento do abstrato ao concreto, o método de ensino a ser empregado pelo professor deve assegurar uma atividade de aprendizagem em cuja realização as crianças possam assimilar de forma precisa este conteúdo. Um destes métodos consiste na introdução pelo professor no processo de ensino de um sistema de tarefas de aprendizagem, cuja realização possibilitará a formação, nos escolares, das correspondentes ações de aprendizagem. Este método permite aos alunos assimilar os conhecimentos teóricos segundo o princípio da ascensão do pensamento do abstrato ao concreto (ou conforme o movimento do pensamento do geral ao particular).

A partir de todos os conceitos e procedimentos citados anteriormente que devem ser seguidos e utilizados por parte dos professores quanto à estruturação das atividades de estudo, Libâneo (2009, p. 21) afirma que

O objetivo primordial do professor na atividade de ensino é promover e ampliar o desenvolvimento mental de seus alunos, provendo-lhes os modos e as condições que assegurem esse desenvolvimento. Em termos práticos, significa o professor fornecer ao aluno as condições para o domínio dos processos mentais para a interiorização dos conteúdos, formando em sua mente o pensamento teórico-científico.

A Teoria do Ensino Desenvolvimental coloca o professor numa posição de mediador entre os conceitos e os alunos. Além disso, o coloca também com uma grande responsabilidade no momento de estruturar as atividades de forma que todos os objetivos citados sejam alcançados de maneira significativa. Ou seja, fazer com que os alunos consigam internalizar os conceitos de tal forma que possam utilizá-los de forma ampla e com maior habilidade.



## 4 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

### 4.1 A Escola

O Colégio Estadual PM tem sede no município de Caiapônia-GO que, segundo os dados do IBGE (2010), possui uma área de 8353,2 km<sup>2</sup> e pertence, de acordo com a figura 1 a seguir, a Mesorregião Sul Goiano e Microrregião do Sudoeste de Goiás, conta 16.757 habitantes, com estimativa de 17.962 para o ano de 2014. Sua localização está expressa na Figura 3 a seguir. Do total de habitantes do ano de 2010, quase 16% daqueles com idade igual ou superior a 10 anos concluíram o Ensino Fundamental, um índice superior ao da capital do estado.

O município conta com 4 (quatro) escolas estaduais, sendo que duas delas oferecem, além dos anos finais do Ensino fundamental, o Ensino Médio. Além destas escolas, existe uma escola particular que oferece desde o Maternal até o nono ano do Ensino Fundamental.

Figura 3 – Localização do município de Caiapônia-GO.



Fonte: IBGE, 2014.

Analisando alguns dados sobre a educação no município, notou-se que, das 1.384 pessoas entre 10 e 14 anos residentes no município de Caiapônia, 1.345 frequentava a creche ou escola. Estes dados representam mais de 97% dos habitantes nesta faixa etária na escola, números que estão à cima da capital do estado, sendo que Goiânia conta com menos de 97% de seus habitantes nesta mesma faixa etária na escola (IBGE, 2010).

O colégio é vinculado à Subsecretaria Regional de Educação de Iporá-GO (Figura 4), a qual tem 26 escolas distribuídas nos municípios de Amarinópolis (2 escolas), Caiapônia (4

escolas), Diorama (2 escolas), Doverlândia (2 escolas), Iporá (12 escolas), Israelândia (1 escola), Ivolândia (1 escola), Jaupaci (1 escola) e Palestina de Goiás (1 escola). As cidades ligadas à subsecretaria de Iporá estão destacadas a Figura 4 a seguir.

Figura 4 – Subsecretaria Regional de Educação de Iporá-GO



Fonte: Goiás, 2014.

O Colégio Estadual PM foi criado por meio da lei de denominação n. 8.238 de abril de 1977 e recebeu este nome em homenagem a um chefe político local, ex-prefeito em dois mandatos. O colégio já havia sido regularizado em 14 de março de 1975 pela resolução n. 201 de 03 de dezembro de 1975 pela Secretaria de Educação. O Conselho Estadual de Educação expediu a resolução n. 201 de 03 de dezembro de 1981 com todos os atributos físicos que o colégio contava na época.

A escolha da escola se deu muito pela afinidade do pesquisador com toda a comunidade escolar por ter sido aluno do Ensino Médio e ter ministrado aulas como professor substituto. Mas, além disso, o Laboratório de Informática é um dos mais completos dentre as quatro escolas, mesmo com todas as deficiências encontradas, desde falta de equipamentos como teclados e mouses até a inexistência de técnicos de informática, foi possível aplicar as atividades de forma satisfatória, conseguindo alcançar todos os alunos. Este fato exigiu do pesquisador reestruturar as atividades que haviam sido planejadas e organizar todo o laboratório que estava com os equipamentos desinstalados, já que a escola havia passado por uma reforma em todo o prédio. As figuras 5, 6, 7 e 8 a seguir mostram um pouco da estrutura da escola.

Figura 5 – Visão externa do Colégio Estadual PM



Fonte: Foto tirada pelo pesquisador, 2014.

Figura 6 – Pátio do primeiro corredor do Colégio Estadual PM



Fonte: Foto tirada pelo pesquisador, 2014.

Figura 7 – Pátio do segundo corredor do Colégio Estadual PM



Fonte: Foto tirada pelo pesquisador, 2014.

Figura 8 – Pátio da cantina e bebedouros: acesso ao segundo corredor, LIE e aos banheiros



Fonte: Foto tirada pelo pesquisador, 2014.

A escola conta com turmas das séries finais no Ensino Fundamental e com o Ensino Médio, o funcionamento são nos períodos Matutino, Vespertino e Noturno. A secretaria do colégio (Figura 9) funciona durante os três períodos e conta com 4 (quatro) funcionários efetivos. A sala onde a secretaria do colégio está instalada era a entrada do auditório, o pátio foi dividido em salas menores para comportar todos os alunos no período matutino.

Figura 9 – Secretaria do Colégio Estadual PM



Fonte: Foto tirada pelo pesquisador, 2014.

O Laboratório de Informática conta com 25 computadores, dos quais apenas 12 estavam em funcionamento no período da aplicação da proposta, o que fez com que as atividades fossem trabalhadas em duplas ou trios.

Na primeira visita à escola o prédio se encontrava em reforma, os computadores estavam todos desinstalados, a instalação elétrica não estava funcionando, pois o Ar

Condicionado estava com defeito e originando infiltrações. A situação pode ser visualizada na figura 10 a seguir. A figura 11 mostra o Laboratório após a reforma, dias antes do início da aplicação da proposta, sendo que a instalação dos equipamentos foi executada pelo pesquisador.

Figura 10 – Laboratório de Informática no período de reforma do prédio da instituição



Fonte: Foto tirada pelo pesquisador, 2014.

Figura 11 – Laboratório de Informática após a reforma



Fonte: Foto tirada pelo pesquisador, 2014.

O colégio recebe alunos da Zona Rural, tendo um maior número destes alunos no período vespertino. Como a escola possui a sala do AEE – Atendimento Escolar Especializado (Figura 12), recebe alunos portadores de necessidades especiais.

Figura 12 – Sala do AEE



Fonte: Foto tirada pelo pesquisador, 2014.

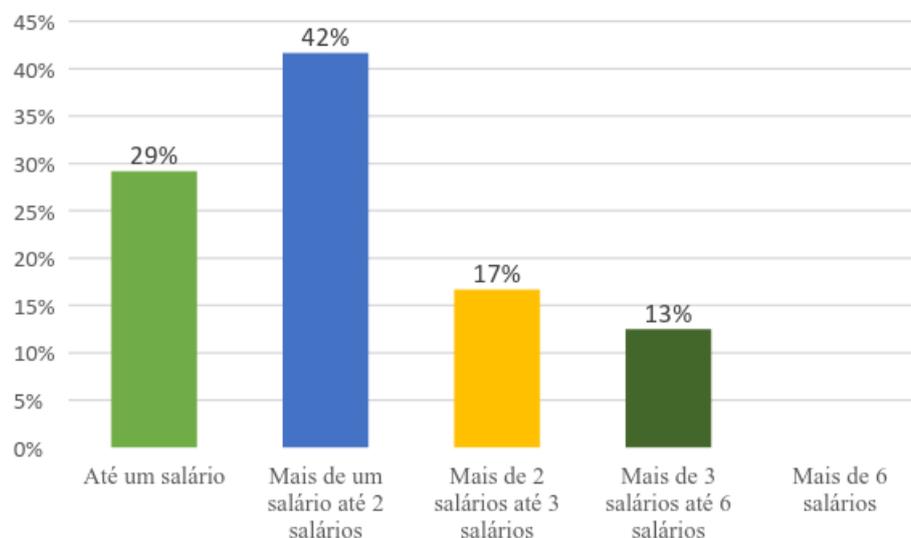
## 4.2 Os alunos

A turma objeto desta pesquisa é o sexto ano do Ensino Fundamental, a escolha da turma está relacionada à visão que os alunos têm da disciplina de Matemática e que, por estarem iniciando os estudos fragmentados, possam ter a Matemática como uma disciplina que, além de muito importante, traga benefícios no desenvolvimento cognitivo destes alunos desde as primeiras séries. Sendo assim, se espera que as dificuldades enfrentadas com esta disciplina sejam transpostas com maior facilidade nas séries seguintes.

A turma conta com 29 alunos, sendo 13 do sexo feminino e 16 do sexo masculino, destes, apenas uma aluna reside na zona rural. Além disso, há uma aluna portadora de necessidades especiais, a qual, segundo o Relatório de Atendimento Psicodiagnóstico realizado pela psicóloga responsável pela Secretaria Municipal de Educação, a aluna possui dificuldade de aprendizado e também dificuldade para se concentrar em atividades, relata ainda que, por informações da família, a aluna apresenta deficiências múltiplas, tendo a saúde muito fragilizada. Logo, a aluna tem uma professora de apoio durante todo o tempo que auxilia na locomoção, na higiene e na alimentação. Na semana da aplicação da proposta a aluna tinha consultas com psicóloga e fisioterapeuta impossibilitando-a de comparecer à escola. Segundo a professora de apoio esta situação é corriqueira e que nestes dias de consultas a aluna não frequenta as aulas. Mesmo assim, ao participar de apenas uma aula, pode-se notar que a aluna se mostrou motivada em participar ativamente das atividades em grupo, mesmo não conseguindo se comunicar com os demais colegas, estes se esforçam ao máximo para que esta aluna se sinta parte das atividades desenvolvidas.

Por meio do questionário sócio-econômico-cultural aplicado com os responsáveis dos alunos, notou-se que são famílias com poder aquisitivo baixo. O gráfico 2 a seguir mostra que a renda de 71 % das famílias destes alunos sobrevivem com até 2 salários mínimos. Isso acarreta vários fatores que impedem um melhor desempenho dos alunos nas aulas.

Gráfico 2 – Renda familiar

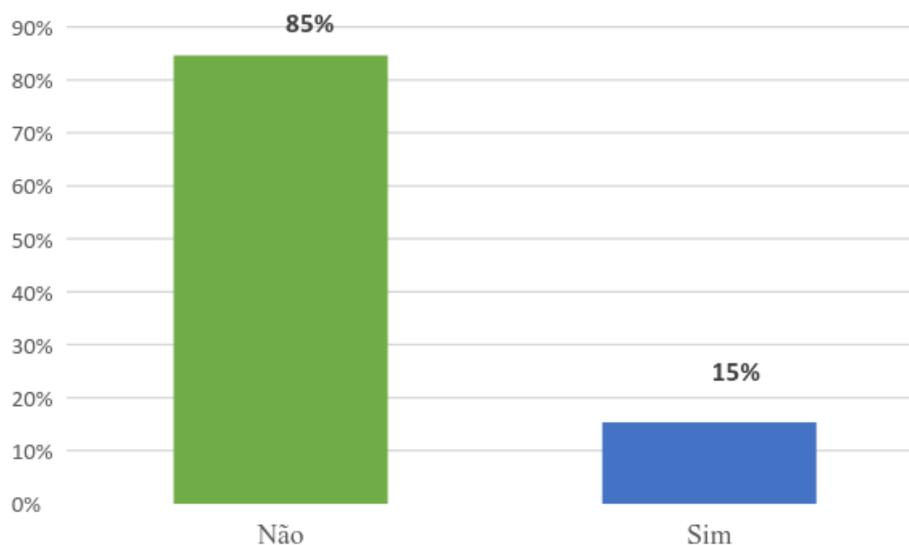


Fonte: Dados coletados pelo pesquisador, 2014.

Durante as aulas foi possível notar a simplicidade e humildade da maior parte dos alunos, os quais se sentiam entusiasmados em verem atividades elaboradas exclusivamente para eles. Este desejo em aprender por estarem se sentindo valorizados é um elemento que deve estar na estrutura das atividades de estudo embasadas no Ensino Desenvolvimental.

O primeiro encontro, ao apresentar a proposta, foi de muita incerteza, tanto para os alunos quanto para o pesquisador. Os alunos se mostraram instigados em saber o porquê da escolha de sua turma e como seriam estas aulas com o computador. Já no pesquisador surgiu a dúvida de conseguir alcançar crianças tão necessitadas de atenção, levar a elas novas formas de estudar a Matemática e, além de tudo, conseguir utilizar a euforia de estudar no Laboratório de Informática conteúdos de Matemática como motivação em estudar. Isso pois, como mostra gráfico 3 a seguir, 85% dos alunos nunca haviam estudado Matemática no Laboratório de Informática da escola.

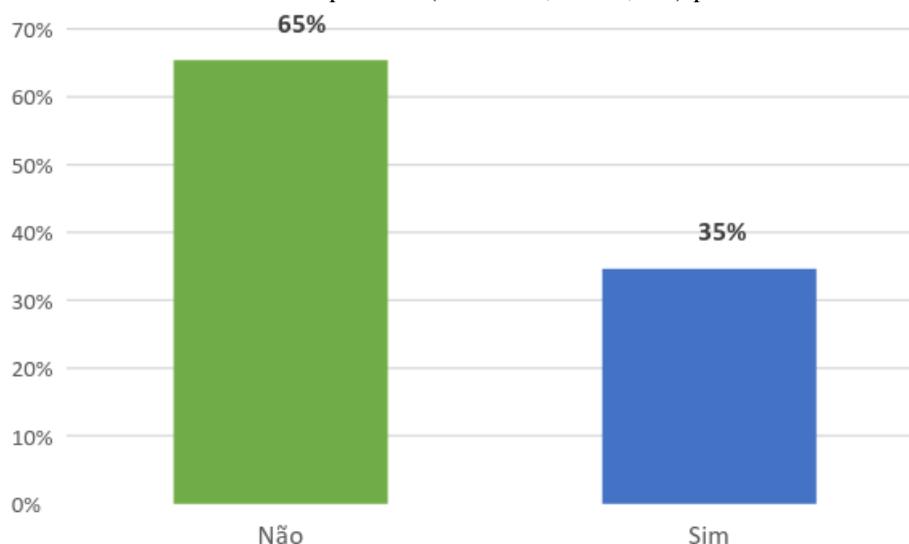
Gráfico 3 – Já utilizou o Laboratório de Informática da Escola na aula de Matemática?



Fonte: Dados coletados pelo pesquisador, 2014.

Este resultado está fortemente ligado aos estudos fora da escola, de acordo com os dados coletados, a metade dos alunos não utilizam o computador para estudar Matemática em casa ou na escola, a outra metade utiliza apenas em consultas no navegador de internet por fotos, vídeos e formas geométricas. Ou seja, não utilizam nenhum *software* específico para o estudo da Matemática. É um caso preocupante, já que os computadores da escola têm *softwares* específicos como o Geogebra e, além disso, tem acesso ao Banco Internacional de Objetos Educacionais, que conta com diversas simulações, jogos, *softwares* e filmes relacionados a várias disciplinas. É nesse momento que o papel do professor é importante, pois é a partir de sua postura enquanto mediador é que estes vários recursos poderão ser utilizados de forma que intervenham em sua prática pedagógica de forma que levem seus alunos a se apropriarem dos conceitos estudados de forma mais clara e precisa.

Além deste fator que causou euforia no momento da aplicação da proposta, 65% dos alunos nunca haviam estudado Matemática com a utilização do computador, os que já estudaram utilizaram apenas vídeos e textos históricos, não tiveram *softwares* matemáticos como instrumento de aprendizagem, como mostra gráfico 4 a seguir.

Gráfico 4 – Já utilizou o computador (*notebook, tablet, etc*) para estudar Matemática?

Fonte: Dados coletados pelo pesquisador, 2014.

Em relação ao acesso à internet e, conseqüentemente, de computadores e *softwares*, um estudo foi efetuado no município onde a pesquisa foi aplicada. De acordo com os dados do senso demográfico do IBGE (2010), a zona urbana do município conta com 5686 domicílios. Destes, 1205 (21,19%) possuem microcomputador, sendo que 1008 (17,73%) possuem acesso à internet. A zona rural possui 69 (1,21%) domicílios com microcomputador, sendo 36 (0,63%) com acesso à internet. Assim sendo, o município conta com 1274 (22,41%) domicílios com microcomputador e 1044 (18,36%) com acesso à internet.

Estes dados mostram que o acesso à internet ainda é muito limitado. Muitas crianças acessam a internet apenas na escola ou em empresas destinadas a este fim. Além disso, estes valores estão abaixo dos números relativos ao estado de Goiás, como mostra os dados revelados pelo MID – Mapa de Inclusão Digital de 2012 realizado pela FGV ao processar os microdados do IBGE. Neri (2012, pp. 23-24) mostram na figura 13 a seguir estes dados.

Figura 13 – Ranking do Acesso por Unidades da Federação – Computador e Internet no Domicílio (%)

		Computador		Computador com Internet	
1	<i>Distrito Federal</i>	66.48	1	<i>Distrito Federal</i>	58.69
2	<i>São Paulo</i>	56.9	2	<i>São Paulo</i>	48.22
3	<i>Santa Catarina</i>	54.03	3	<i>Rio de Janeiro</i>	43.91
4	<i>Rio de Janeiro</i>	52.82	4	<i>Santa Catarina</i>	41.66
5	<i>Paraná</i>	48.96	5	<i>Paraná</i>	38.71
6	<i>Rio Grande do Sul</i>	48.14	6	<i>Rio Grande do Sul</i>	36.76
7	<i>Espírito Santo</i>	44.44	7	<i>Espírito Santo</i>	36.73
8	<i>Minas Gerais</i>	41.62	8	<i>Minas Gerais</i>	32.64
9	<i>Mato Grosso do Sul</i>	38.42	9	<i>Mato Grosso do Sul</i>	30.72
10	<i>Goiás</i>	37.31	10	<i>Mato Grosso</i>	28.92
11	<i>Mato Grosso</i>	37	11	<i>Goiás</i>	28.9
12	<i>Rondônia</i>	31.67	12	<i>Rondônia</i>	24.88
13	<i>Amapá</i>	28.64	13	<i>Rio Grande do Norte</i>	22.07
14	<i>Roraima</i>	28.5	14	<i>Bahia</i>	21.3
15	<i>Amazonas</i>	27.95	15	<i>Pernambuco</i>	21.28
16	<i>Rio Grande do Norte</i>	27.9	16	<i>Sergipe</i>	21.27
17	<i>Sergipe</i>	27.28	17	<i>Acre</i>	21.13
18	<i>Acre</i>	26.93	18	<i>Paraíba</i>	19.45
19	<i>Pernambuco</i>	26.37	19	<i>Roraima</i>	18.94
20	<i>Bahia</i>	25.62	20	<i>Amapá</i>	18.01
21	<i>Paraíba</i>	24.04	21	<i>Amazonas</i>	17.53
22	<i>Tocantins</i>	23.74	22	<i>Alagoas</i>	17.42
23	<i>Alagoas</i>	22.18	23	<i>Tocantins</i>	17.21
24	<i>Ceará</i>	21.01	24	<i>Ceará</i>	16.25
25	<i>Pará</i>	20.53	25	<i>Pará</i>	13.75
26	<i>Piauí</i>	17.39	26	<i>Piauí</i>	12.87
27	<i>Maranhão</i>	15.16	27	<i>Maranhão</i>	10.98

Fonte: Neri (2012, pp. 23-24).

### 4.3 Metodologia de Pesquisa

Método segundo Hegenberg *apud* Lakatos e Marconi (2007, p. 44) “é o caminho pelo qual se chega a determinado resultado, ainda que esse caminho não tenha sido fixado de antemão de modo refletido e deliberado”. As autoras ainda afirmam que é um fator de segurança e economia, auxiliando o pesquisador a traçar o caminho a ser seguido. Triviños (2013, p. 112) ainda aponta que “os estudos descritivos exigem do investigador, para que a pesquisa tenha certo grau de validade científica, uma precisa delimitação de técnicas, métodos, modelos e teorias que orientarão a coleta e interpretação dos dados”.

Inicialmente, um levantamento bibliográfico em livros e artigos científicos relacionados à base metodológica foi efetuado, a fim de desenvolver o referencial teórico para

embasar os conceitos de Ensino Desenvolvimental, de Investigação Matemática e dos Procedimentos Metodológicos que foram utilizados no desenvolvimento da pesquisa.

De acordo com Gil (2007), o tipo da pesquisa deve ser classificado em seus procedimentos metodológicos com base em seus objetivos, com base nos procedimentos técnicos utilizados na coleta e quanto à fonte de informação, e que dentro de cada uma dessas tipologias existem diversas subdivisões, originando vários tipos de pesquisa, cada qual com suas características e peculiaridades próprias.

Quanto aos objetivos, a pesquisa se caracterizou como exploratória, o que proporciona maior familiaridade com o problema a fim de explicitá-lo. Quanto aos procedimentos técnicos, a pesquisa foi um estudo de campo, pois a investigação foi efetuada no local onde os fenômenos acontecem, já que os alunos foram levados ao LIE da própria unidade escolar, pois a metodologia a ser utilizada exigiu o uso de computadores.

A presente pesquisa adotou o materialismo histórico-dialético para analisar as práticas dos alunos no decorrer das atividades, já que este método é adequado a situações em que se deseja conhecer mais sobre o fenômeno estudado. Os perfis educacionais e sociais dos alunos foram analisados para fazer um estudo geral de sua família e práticas sociais, que serviu de apoio para elaborar as atividades.

A pesquisa foi um estudo de caso que, segundo Lorenzato e Fiorentini (2012, p. 110)

O caso não significa apenas uma pessoa, grupo de pessoas ou uma escola. Pode ser qualquer sistema delimitado que apresente algumas características singulares e que façam por merecer um investimento investigativo especial por parte do pesquisador. Neste sentido, o caso pode ser uma instituição, um programa, uma comunidade, uma associação, uma experiência, um grupo de professores de uma escola, uma classe de alunos ou até mesmo um aluno diferente dos demais que apresente características peculiares.

Para Triviños (2013, p. 133) “entre os tipos de pesquisa qualitativa característicos, talvez o estudo de caso seja um dos mais relevantes” e define como sendo “uma categoria de pesquisa cujo objeto é uma unidade que se analisa aprofundamente”.

#### **4.4 Instrumentos e procedimentos de coleta de dados**

A coleta das informações durante as aulas foi efetuada por meio de gravações audiovisuais e, após cada aula, as informações relevantes da atuação dos alunos foram descritas através do Diário de Campo ou de Bordo, que, para Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 118), é “um dos instrumentos mais ricos de coleta de informações durante o trabalho de campo [...]. É nele que o pesquisador registra observações de fenômenos, faz descrições de pessoas e cenários,

descreve episódios ou retrata diálogos”. Além do pesquisador, cada aluno teve um Diário de Bordo para anotar todas as ocorrências que acharam interessantes ou importantes durante a aula, inclusive o professor regente da turma, o qual participou de todas as aulas.

Os autores ainda apontam que os diários de campo possuem duas perspectivas, uma descritiva e outra interpretativa. A perspectiva descritiva faz a exposição de tarefas e atividades, de eventos, da dinâmica da prática e a perspectiva interpretativa olha a escola e a sala de aula como espaços socioculturais, que são produzidos por seres humanos que participam da trama social com suas características individuais como os sentimentos, ideias, intuições, experiências e relações interpessoais.

Triviños (2013) descreve algumas características das anotações de campo de natureza descritiva, com algumas recomendações que podem ajudar a alcançar resultados mais satisfatórios. A descrição dos comportamentos, ações, atitudes devem ser elaboradas da forma como elas se apresentam para o observador. Um ponto importante é a descrição de atividades específicas, o qual o observador deve fazer uma descrição de forma “concreta, indicando caracteres, traços peculiares dos comportamentos e individualizando os alunos que integram a situação que está focalizando. São os comportamentos dos estudantes que se trata a registrar” (TRIVIÑOS, 2013, p. 156).

As filmagens, após serem descritas e analisadas, foram categorizadas de acordo com as indicações de Fiorentini e Lorenzato (2012), os quais apontam que nos momentos das análises, o pesquisador deve ser flexível para que consiga ajustar a melhor direção da pesquisa e a problemática. Para que este processo acontecesse de forma efetiva foi necessário o uso de categorias que devem estar relacionadas com a ideia central da pesquisa. O tipo de categorização que foi utilizada no processo de análise desta pesquisa foi a emergente, a qual surge durante o processo investigativo do material coletado no campo (LORENZATO; FIORENTINI, 2012, p. 135). Cabe salientar que essa categorização foi embasada de acordo com as características elencadas por Davydov, referentes ao Ensino Desenvolvimental que é, juntamente com a Investigação Matemática, a base pedagógica e metodológica da proposta.

#### **4.5 O conteúdo trabalhado**

O conteúdo referente ao 4º bimestre do ano de 2014 está relacionado ao sistema de medidas. Tem os objetivos de levar o aluno a formular, analisar e resolver situações do cotidiano que envolva perímetro, área e volume, calcular área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas.

#### 4.6 Descrição e justificativa das atividades

As Expectativas de Aprendizagem foram formular, analisar e resolver situações do cotidiano que envolva perímetro e área. O cronograma das etapas das aplicações das atividades foi durante os meses de outubro e novembro/2014 e estão distribuídas no quadro 2 a seguir:

Quadro 2 – Etapas de aplicação da pesquisa

<b>Etapa</b>	<b>Data</b>	<b>Dia da semana</b>
Aula 1	01/10/2014	Quarta-feira
Aula 2	02/10/2014	Quinta-feira
Aula 3	03/11/2014	Segunda-feira
Aula 4	04/11/2014	Terça-feira
Aula 5	05/11/2014	Quarta-feira
Aula 6	05/11/2014	Quarta-feira
Aula 7	07/11/2014	Sexta-feira
Aula 8	10/11/2014	Segunda-feira
Aula 9	11/11/2014	Terça-feira

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2014.

As aulas foram assim distribuídas:

##### **Aula 1**

Sala de aula: Apresentação da proposta a partir da leitura e entrega do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido; aplicação dos questionários para os alunos e entrega do sócio-econômico-cultural para os responsáveis.

Recursos: Material Impresso.

##### **Aula 2**

Recolhimento dos Termos de Compromisso e dos questionários dos responsáveis.

##### **Aula 3**

Caracterização da escola: Entrevista com a direção e coordenação da escola, fotos do ambiente escolar.

##### **Aula 4**

Sala de Aula: **Aplicação da Atividade 1** – História da Matemática - Figuras Planas, suas características essenciais, origem, precursores e utilização prática), introdução básica dos conceitos de figuras planas, área e perímetro.

Recursos: Computador, projetor, som e Caderno de Anotações.

**Aula 5**

Laboratório de Informática: **Aplicação da Atividade 2** - Exploração do *software* Geogebra por meio de atividades livres com características investigativas, com enfoque na construção de figuras planas.

Recursos: Material impresso, *Software* Geogebra e Caderno de Anotações.

**Aula 6**

Laboratório de Informática: **Aplicação da Atividade 3** – Introdução dos conceitos de perímetro e área com o auxílio do *software* Geogebra.

Recursos: Computador, projetor, *software* e Caderno de Anotações.

**Aula 7**

Laboratório de informática: **Aplicação da Atividade 4** – Continuação das atividades da aula anterior; conceitos e características de perímetro e área.

Recursos: *Software* Geogebra e Caderno de Anotações.

**Aula 8**

Sala de Aula: **Aplicação da Atividade 5** – Utilização de problemas contextualizados para aprimorar e confirmar as conjecturas efetuadas nas aulas anteriores sobre perímetro e área.

Recursos: Exercícios impressos e Caderno de Anotações.

**Aula 9**

Sala de Aula: Avaliação diagnóstica e aplicação do questionário final.

Recursos: Exercícios e questionários impressos e Caderno de Anotações.

A seguir, seguem as atividades detalhadas e suas justificativas apoiadas no Ensino Desenvolvidor e nas etapas da Investigação Matemática, as ações que foram realizadas, o tipo de atividade e o tempo previsto para cada uma delas:

**ATIVIDADE 1:** Introdução dos conceitos de perímetro e área por meio da história da Matemática (Origem das Figuras Planas).

**Justificativa e Detalhamento:**

O conteúdo foi introduzido de acordo com o Ensino Desenvolvidor proposto por Davydov, o qual aponta que as atividades devem partir do geral para o particular, além disso, a cultura dos alunos foi inserida nas atividades de forma que os conceitos tenham sentido prático e estimulem os alunos a estudarem aquilo que está no seu cotidiano. Para Davydov (1986) a história do objeto de estudo é importante para que o aluno consiga visualizar as principais características históricas, sociais e culturais no momento em que o objeto foi definido para que possam criar relações com a realidade em que estão inseridos. Freitas e Limonta (2012, p. 84) também expressam a importância da história na estrutura da atividade de estudo quando afirmam que:

Ensinar, nessa perspectiva, não é apenas conhecer os conteúdos e expô-los num determinado momento aos alunos, mas sim realizar a mediação pedagógica, o que exige dos professores um amplo leque de conhecimentos: da história e das finalidades sociais e políticas da educação escolar, dos conteúdos escolares, dos processos psicológicos de aprendizagem e dos métodos e técnicas didáticas adequadas

A visualização de conceitos por meio de histórias reproduzidas de acordo com a faixa etária dos alunos é importante para que estes tenham maior facilidade em interpretar os conceitos explicitados. Fazer com que os alunos relacionem os conceitos estudados com os elementos que estão presentes em seu dia-a-dia é muito importante para que visualizem os conceitos de forma motivadora, fazendo com a Matemática faça sentido para os alunos, os quais a tem como uma ciência abstrata. Além disso, evidenciar que o surgimento da ciência se deu pela necessidade de determinado grupo de indivíduos faz com que os alunos reflitam sobre as necessidades atuais e como utilizar a Matemática para resolvê-los.

Ações: avaliar a zona de desenvolvimento real dos alunos referentes às figuras planas (polígono regular) e inserir a história da Matemática.

Atividade: Com o intuito de conhecer o Nível de Desenvolvimento Real dos alunos, foram formados grupos de discussão para, posteriormente, tais grupos apresentem os resultados para toda a turma. Foi solicitado que fizessem desenhos que representem figuras planas e, durante a apresentação, exemplificassem com elementos da escola ou de casa as figuras planas que destacaram. Assim, esperou-se que o processo de aprendizagem fizesse o caminho do interpessoal para o intrapessoal, característica das atividades embasadas na teoria do Ensino Desenvolvimental, permitindo que os alunos internalizem os conceitos e consigam utilizá-los em momentos futuros (**Tempo estipulado: 20 minutos**). Após este momento, foi perguntado aos alunos se eles sabem como surgiram as figuras planas, quem as descobriu e qual sua utilidade para a sociedade da época e atual. Em seguida, foi exposto, por meio de figuras ilustrativas e, concomitantemente, o pesquisador relatando a história da Matemática de forma geral, até chegar no momento da descoberta das figuras planas, seus precursores e sua importância para a sociedade (**Tempo estipulado: 20 minutos**). Salieta-se que, a origem dos cálculos de área e perímetro não foram expostos neste momento. Após a generalização destes conceitos por parte dos alunos, esta parte da história foi concluída, confirmando que os alunos conseguiram identificar durante as atividades de estudo.

As figuras a seguir foram apresentadas para que os alunos tivessem conhecimento de como o conhecimento matemático se desenvolveu. A Figura 13 a seguir mostra os princípios de contagem que era feito com entalhes em ossos.

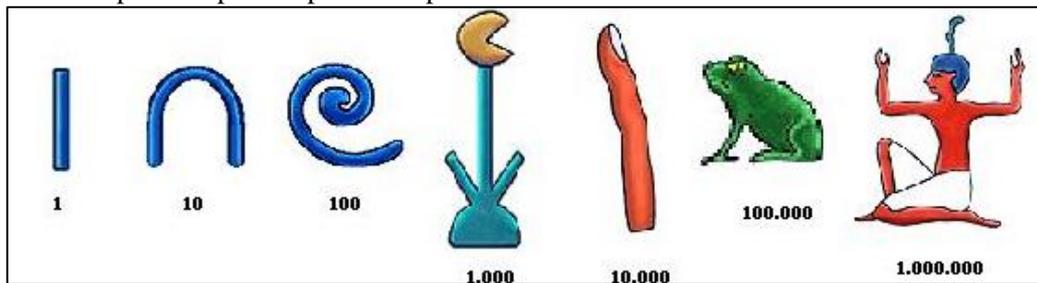
Figura 14 – Duas vistas do osso Ishango, com mais de 8000 anos de idade, encontrado em Ishango, às margens do lago Edward, no Zaire, mostrando números preservados por meio de entalhes no osso



Fonte: <http://www.educ.ar/sitios/educar/blogs/ver?id=122098&referente=estudiantes>, 2014

As figuras 14, 15 e 16 a seguir foram utilizadas para exemplificar os sistemas de numeração.

Figura 15 – Representação do sistema de numeração hieroglífico egípcio dos símbolos adotados para 1 e para as primeiras potências de 10



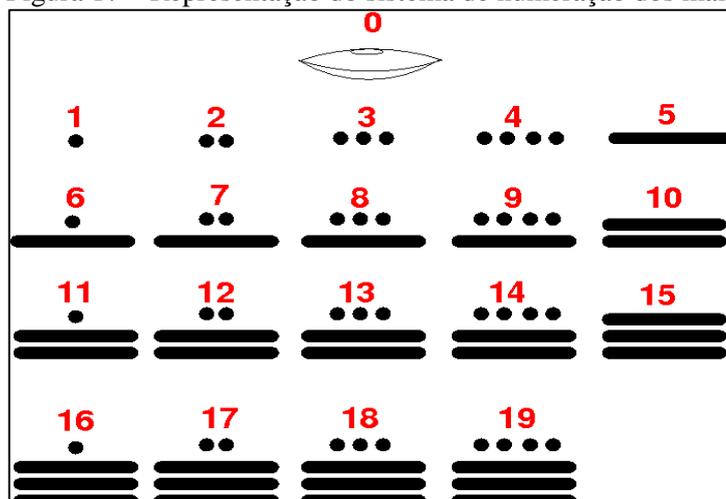
Fonte: <http://www.mat.uc.pt/~mat1177/web/artigomat.htm>, 2014

Figura 16 – Representação do sistema de numeração dos babilônios

1	∩	11	∩ ∩	21	∩ ∩ ∩	31	∩ ∩ ∩ ∩	41	∩ ∩ ∩ ∩ ∩	51	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩
2	∩ ∩	12	∩ ∩ ∩	22	∩ ∩ ∩ ∩	32	∩ ∩ ∩ ∩ ∩	42	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	52	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩
3	∩ ∩ ∩	13	∩ ∩ ∩ ∩	23	∩ ∩ ∩ ∩ ∩	33	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	43	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	53	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩
4	∩ ∩ ∩ ∩	14	∩ ∩ ∩ ∩ ∩	24	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	34	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	44	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	54	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩
5	∩ ∩ ∩ ∩ ∩	15	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	25	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	35	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	45	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	55	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩
6	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	16	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	26	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	36	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	46	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	56	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩
7	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	17	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	27	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	37	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	47	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	57	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩
8	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	18	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	28	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	38	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	48	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	58	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩
9	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	19	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	29	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	39	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	49	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	59	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩
10	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	20	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	30	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	40	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩	50	∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩		

Fonte: <http://www.invivo.fiocruz.br/media/tabelameso.gif>, 2014

Figura 17 – Representação do sistema de numeração dos maias



Fonte: [www.mundoeducacao.com](http://www.mundoeducacao.com), 2014

As figuras 17, 18, 19 e 20 a seguir demonstram a origem da Geometria. Foi destacado que o termo Geometria vem do grego *Geométron*: Geo – Terra / *Métron* – Medir. Ou seja, geometria significa medir terra. Além disso, foi exposto que esta necessidade em efetuar as medições de terras foi decorrente da cobrança de impostos por parte dos sacerdotes, os quais utilizavam destas medições para calcular o quanto cada morador deveria pagar após as devastações causadas pelas enchentes do Rio Nilo. Para Eves (2011, p. 60):

A geometria babilônica se relaciona intimamente com a mensuração prática. De numerosos exemplos concretos infere-se que os babilônios do período 2000 a.C. a 1600 a.C. deviam estar familiarizados com as regras gerais da área do retângulo, da área do triângulo retângulo [...].

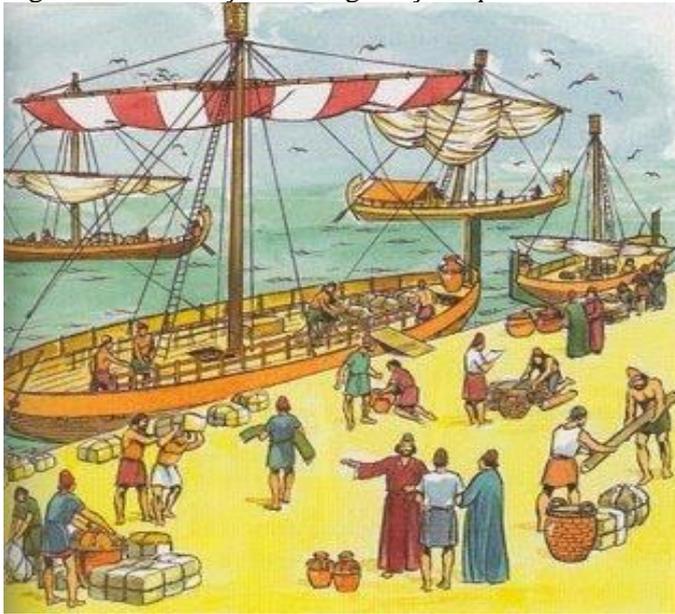
Salienta-se que foi às margens deste rio que as plantações desenvolveram e com ela, surgiu também a necessidade de se efetuar cálculos comerciais relativos das colheitas.

Figura 18 – Rio Nilo e as terras cultiváveis em sua margem



Fonte: [portaldoprofessor.mec.gov.br](http://portaldoprofessor.mec.gov.br), 2014

Figura 19 – Ilustração das negociações que eram realizadas às margens do Rio Nilo



Fonte: [historianosantuario.blogspot.com](http://historianosantuario.blogspot.com), 2014

Figura 20 – Desenvolvimento da sociedade às margens do Rio Nilo em decorrência de sua grande potencialidade agrícola



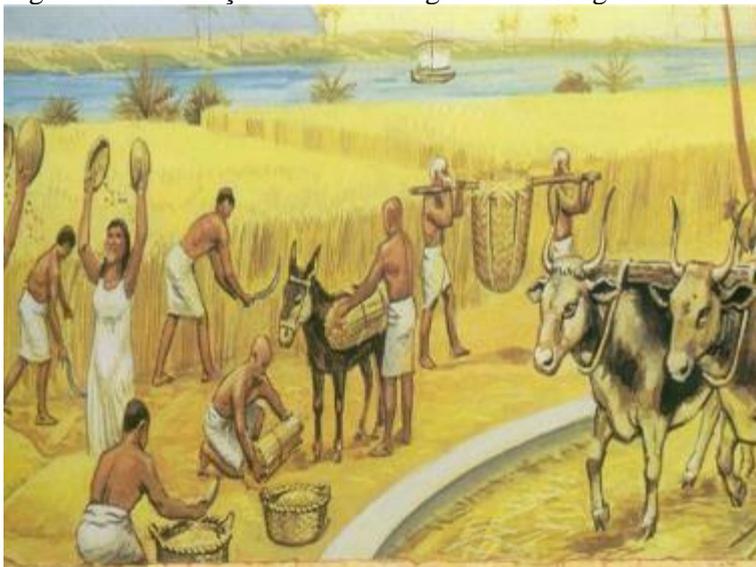
Fonte: [www.milenio.com](http://www.milenio.com)

Figura 21 – Vista aérea do Rio Nilo enfatizando sua importância para a agricultura



Fonte: [aprenderhistorianaescola.blogspot.com](http://aprenderhistorianaescola.blogspot.com), 2014

Figura 22 – Ilustração do trabalho agrícola às margens do Rio Nilo



Fonte: portaldoprofessor.mec.gov.br

Para finalizar a aula, foi solicitado que os alunos descrevessem no Caderno de Anotações individual se a Matemática é importante em suas vidas e que justificassem suas repostas de acordo com o que foi apresentado na aula (**Tempo estipulado: 10 minutos**).

A conclusão da história da Matemática e da Geometria foi exposta ao final da aplicação da proposta, com o intuito de demonstrar aos alunos que suas conjecturas para resolução de cálculo de áreas estavam corretas ou não. Cabe salientar que a História da Matemática que foi exposta aos alunos não se preocupou em afirmar datas precisas ou aprofundar em definições e conceitos, foi realizada uma cronologia superficial com o único intuito de levar os alunos a terem contato com a essência ou ideia nuclear do objeto de estudo.

**ATIVIDADE 2:** Exploração do *software* Geogebra por meio de atividades livres com características investigativas.

**Justificativa e Detalhamento:**

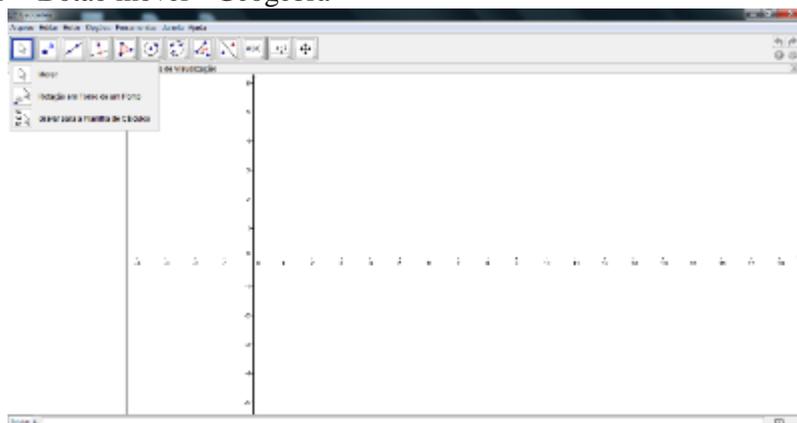
Esta atividade se justifica pela importância de que os alunos tenham algum conhecimento sobre a utilização dos recursos que o *software* dispõe para que as próximas atividades sejam desenvolvidas com maior facilidade e uma melhor exploração dos recursos. A familiarização com o *software* proporciona maiores possibilidades nas construções.

Logo, se espera que alunos tenham, nas próximas atividades a serem desenvolvidas, atitudes mais autônomas frente a utilização dos recursos do *software*, além de estarem ativos no processo de ensino-aprendizagem.

É importante destacar que o *software* foi utilizado como dispositivo tecnológico no processo de mediação pedagógica realizada pelo pesquisador pela sua dinâmica e fácil manuseio, sendo adequado ao método que foi utilizado na aplicação da proposta. Já que, para Davydov (1988, p. 45) “os instrumentos são ferramentas mediadoras da cultura, que são dotados culturalmente de significados para uso dos indivíduos, e através destes, os indivíduos influenciarem o meio (cultura)”. Em outras palavras, a tecnologia informática tem a função, por meio de *softwares* especificamente pedagógicos, transmitir de forma simbólica com uma melhor visualização os elementos do meio que estão relacionados com os conteúdos que, por sua vez, não poderiam ser expressos com tal clareza sem a utilização da tecnologia.

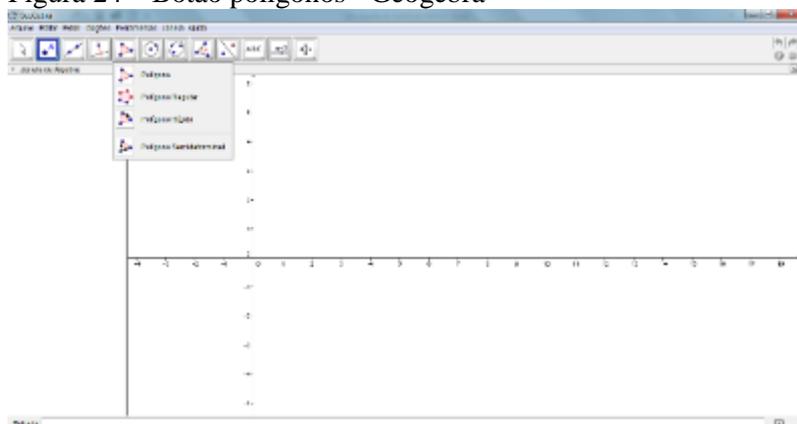
O objetivo foi esclarecer as finalidades do *software* Geogebra, mostrando a Zona Gráfica, a Zona Algébrica ou numérica e a Folha de Cálculo, para tanto, será solicitado que os alunos visitem e utilizem os recursos indicados nas figuras 22, 23, 24, 25, 26, 27 e 28 a seguir:

Figura 23 – Botão mover - Geogebra



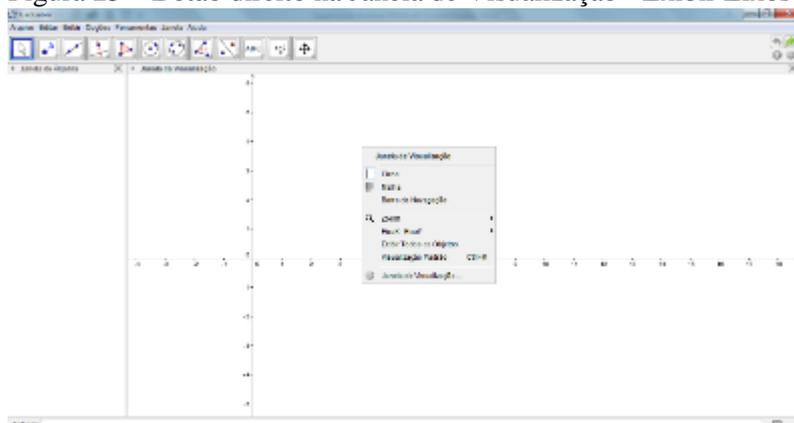
Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

Figura 24 – Botão polígonos - Geogebra



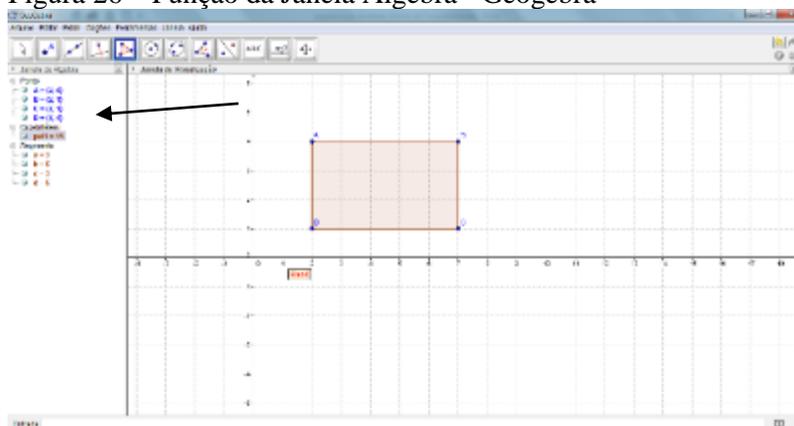
Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

Figura 25 – Botão direito na Janela de Visualização - Exibir Eixos e Exibir Malhas



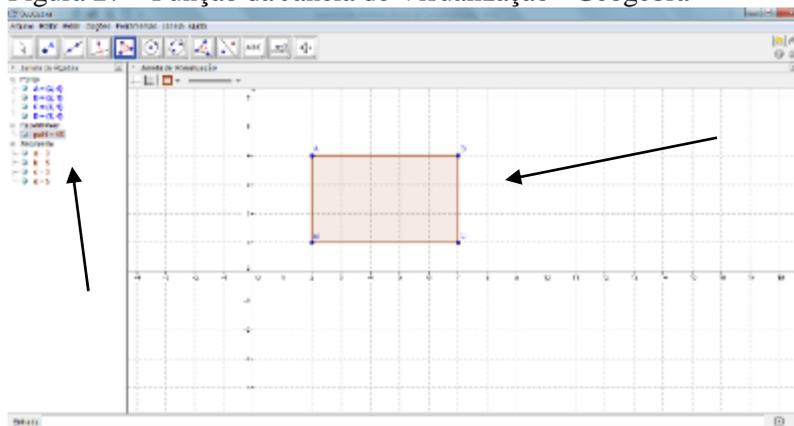
Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

Figura 26 – Função da Janela Álgebra - Geogebra



Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

Figura 27 – Função da Janela de Visualização - Geogebra



Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.



Motivar e estimular os alunos, de acordo com o Ensino Desenvolvimental, é muito importante para que os alunos tenham um melhor desempenho no aprendizado. As atividades de estudos devem proporcionar nos alunos esta necessidade de aprender, a sua própria resolução deve estimular os alunos. Davydov (1988) *apud* Freitas e Limonta (2012, p. 82) apontam que:

[...] o desejo de aprender determinado conteúdo está intimamente ligado à motivação para a realização da tarefa – a motivação para a realização da tarefa de uma certa maneira é o elo social (pois a tarefa foi elaborada pelo professor a partir de outras tantas ferramentas culturais), que cria na criança o desejo de participar daquela atividade, de responder às perguntas do professor, de dizer aos outros o que já sabe, enfim, de aprender.

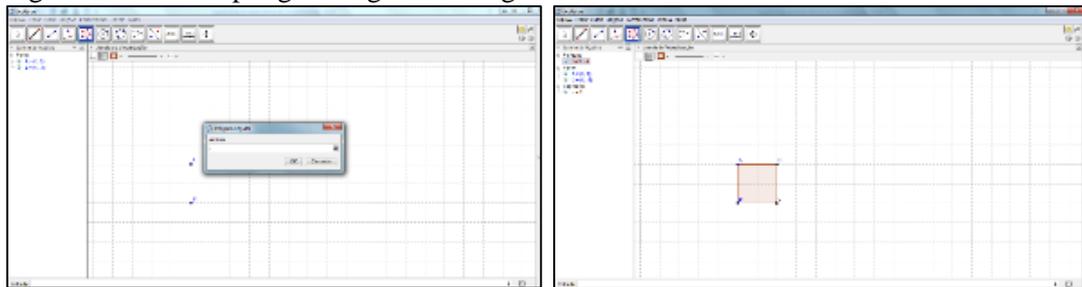
Ações: Fazer com que os alunos se sintam motivados a estudarem Matemática por meio de uma reportagem transmitida pelo Fantástico (Programa da Rede Globo de Televisão). Introduzir os conceitos gerais de área e perímetro de acordo com as considerações de Davydov acerca do Ensino Desenvolvimental, levando aos alunos a possibilidade de concretizar os conhecimentos abstratos adquiridos durante a atividade 1 (História da Matemática) tendo como instrumento pedagógico o *software* Geogebra. Foi solicitado que os alunos construíssem figuras planas de acordo com o conhecimento que já possuem a respeito deste conteúdo, além de elementos citados no momento da explanação da história da Matemática. Para Davydov (1986, p. 140) o uso do computador, como instrumento pedagógico

[...] favorece o desenvolvimento do pensamento teórico, o que, em certo sentido, pode chamar-se programador ou “programador” ou “operatório”; este pensamento permite aos escolares utilizar os meios lógico-matemáticos para a programação e o planejamento de suas próprias ações cognitivas.

Atividade: As respostas nos questionários mostraram que muitos alunos estudam pouco em casa, a maioria estuda menos de 2 horas. Para tanto, se fez necessário que estes alunos se sentissem motivados e tivessem o desejo de estudarem. Logo, no Laboratório de Informática, foi apresentado a reportagem o qual conta a história de “Ricardo Oliveira, o gênio da Matemática” (Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=2eMOC7tQVf8>>) com necessidades especiais, financeiras e sociais que conseguiu êxito nos estudos pela força de vontade, Ricardo foi bicampeão da Olimpíada Brasileira e Matemática. O vídeo mostrou a força de vontade do Ricardo, que iniciou seus estudos com quinze anos de idade com o auxílio do seu irmão e ia para a escola levado pelo pai em carrinho de mão, pois não consegue se locomover e o trajeto entre a escola e sua casa é muito irregular. Mas estas dificuldades não fizeram com que Ricardo desistisse e, com bastante empenho conseguiu progredir nos estudos (**Tempo estipulado: 8 minutos**). Utilizando o *software* Geogebra, foi solicitado que os alunos

criassem figuras planas regulares com o intuito de analisar a zona de desenvolvimento real acerca de vértices e medidas dos lados destes polígonos. Inicialmente os alunos ativaram a função “Exibir Malha” para que os pontos fossem identificados com maior facilidade e as áreas e os perímetros dos polígonos fossem facilmente visualizadas tendo como base a área ou lado de cada célula da malha. Em seguida os alunos criaram um Quadrado, ou seja, inseriram um polígono regular com 4 vértices, com medidas de lados quaisquer, como mostra o exemplo a seguir (figura 30).

Figura 30 – Inserir polígono regular - Geogebra



Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

Neste momento, foram questionados sobre a medida da área e do perímetro deste polígono: Conseguem visualizar a área do quadrado? Qual a relação da área do quadrado com as células da malha? Conseguem visualizar o perímetro deste quadrado? Qual a relação do perímetro do quadrado com as células da malha? A generalização é muito importante, é a partir daí que os conceitos saem do geral e tendem para o particular (**Tempo estipulado: 30 minutos**). Ao finalizar a aula foi solicitado que os alunos desenhasssem no Caderno de Anotações uma figura plana que está presente em seu cotidiano, com a indicação das medidas dos lados e calculassem a área e o perímetro desta figura. Posteriormente, descreveram qual foi o processo utilizado para realizar estes cálculos (**Tempo estipulado: 12 minutos**).

Fazer com que os alunos generalizem os conceitos para um polígono específico instiga-os para testarem para outros polígonos e, assim, conseguem chegar a equações específicas para cada polígono, é que se propõe a próxima atividade.

**ATIVIDADE 4:** Continuação das atividades da aula anterior; aprofundar nos conceitos e características de perímetro e área.

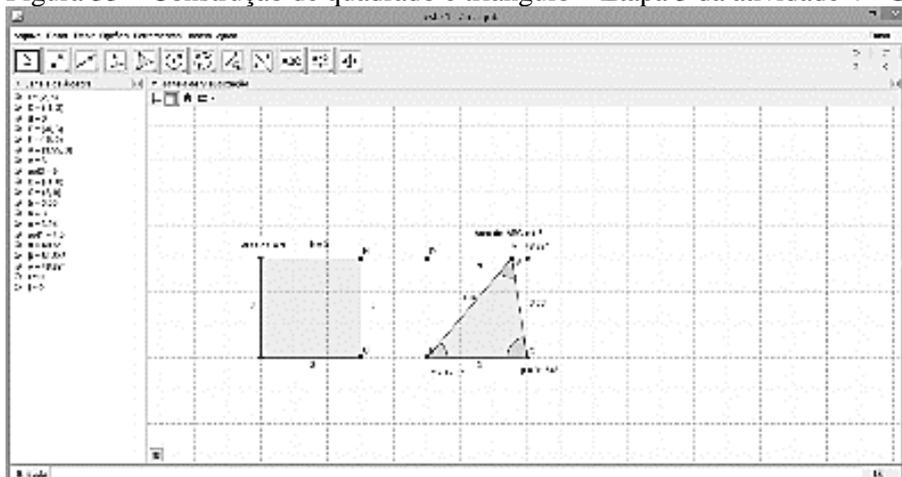
#### **Justificativa e Detalhamento:**

A opção de mover os objetos proporcionada pelo *software* permite que os alunos sigam cada etapa da Investigação Matemática de forma simples e objetiva, propiciando uma internalização dos conceitos, tornando-os concretos, ou seja, ao fazer com que a aprendizagem



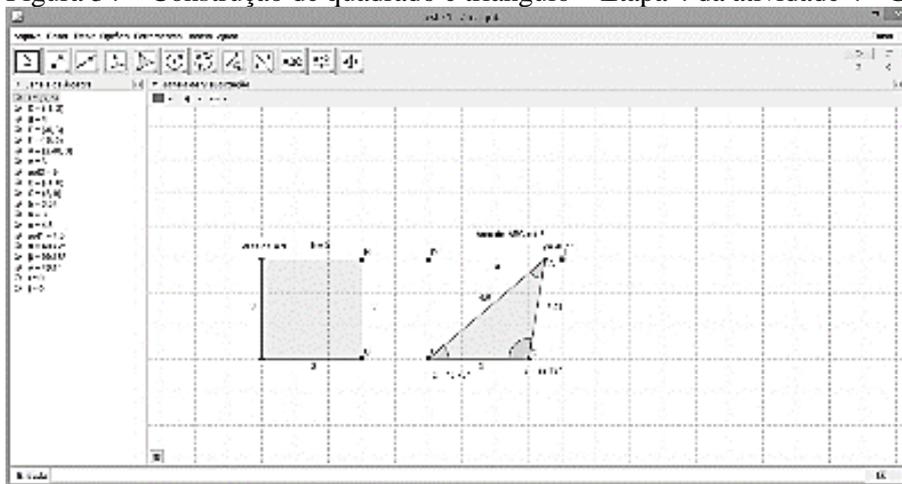


Figura 33 – Construção de quadrado e triângulo – Etapa 3 da atividade 4 - Geogebra



Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

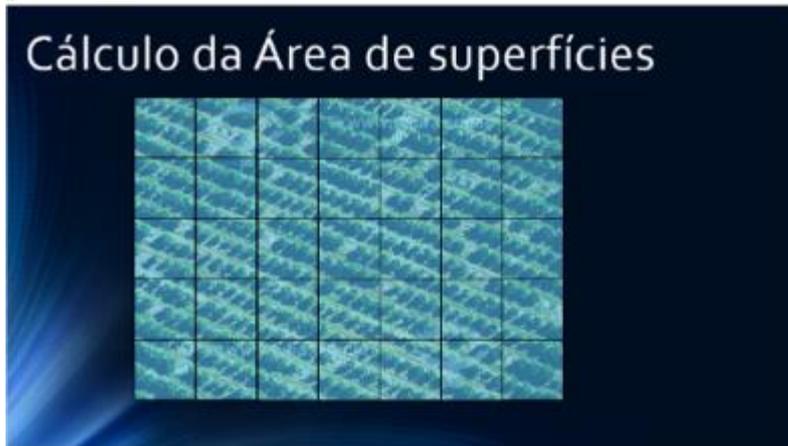
Figura 34 – Construção de quadrado e triângulo – Etapa 4 da atividade 4 - Geogebra



Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

Posteriormente, foi solicitado que construíssem uma figura que está presente em seu cotidiano (por exemplo: retângulos, representando as paredes da casa; um triângulo, representando a estrutura do telhado) e calcular sua área de acordo com alguma unidade de medida (por exemplo:  $\text{cm}^2$ ,  $\text{m}^2$ ). Estas figuras variaram de acordo com a imaginação e cultura de cada aluno. A partir daí, os alunos poderão criar conjecturas e testá-las de acordo com as funções do *software* (**Tempo estipulado: 10 minutos**). Neste momento, se retomou com a história da Matemática para concluir a definição do cálculo de área e perímetro, expondo que algum sacerdote, ao observar os trabalhadores pavimentando com mosaicos quadrados uma superfície retangular, notou que para conhecer o total de mosaicos, bastava contar os de uma fileira e repetir este número tantas vezes quantas fileiras houvesse, conforme mostra a figura 35 a seguir, daí surgiu a fórmula da área do retângulo (quadrado). (**Tempo estipulado: 5 minutos**).

Figura 35 – Slide de apresentação da conclusão da história da Geometria: cálculo de áreas planas



Fonte: Desenvolvida pelo pesquisador, 2014.

**ATIVIDADE 5:** Utilização de problemas práticos para aprimorar as conjecturas efetuadas nas aulas anteriores sobre perímetro e área.

**Justificativa e Detalhamento:**

A partir dos problemas contextualizados os alunos podem expor de forma Matemática os conceitos que internalizaram durante o estudo dos conceitos de área e perímetro. Os problemas possibilitam que os alunos tenham contato direto com os elementos matemáticos, demonstrando que eles estão presentes em todos os recursos que os alunos utilizaram. Freitas e Limonta (2012, p. 77) colocam que “para Davydov (1999), a atividade mental interna é estruturada na criança pela atividade externa com os outros e com os objetos da cultura, num processo de comunicação compartilhada”.

Além disso, Davydov (1986, p. 95) explica que:

Quando os escolares começam a utilizar a abstração e a generalização iniciais como meios para deduzir e unir outras abstrações, elas convertem a formação mental inicial num conceito que registra o “núcleo” do assunto estudado. Este “núcleo” serve, posteriormente, às crianças como um princípio geral pelo qual elas podem se orientar em toda a diversidade do material curricular factual que têm que assimilar, em uma forma conceitual, por meio da ascensão do abstrato ao concreto.

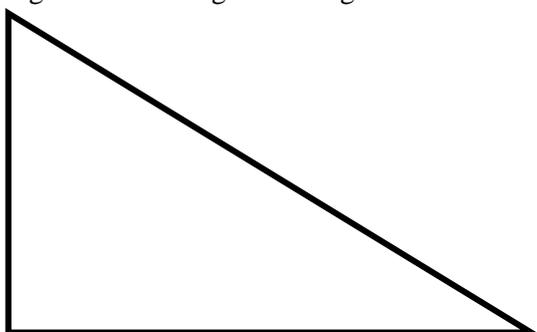
Ações: Fazer com que os alunos demonstrassem por meio da resolução de problemas do cotidiano, que os conceitos acerca de área e perímetro foram realmente internalizados. A turma foi dividida em dois grupos e cada um ficou responsável por resolver uma questão, expor os resultados para os colegas e explicitar a forma como chegaram às conclusões finais.

Atividades:

PROBLEMA 1 – A prefeitura irá construir uma praça e necessita de ajuda de uma pessoa com conhecimentos matemáticos para calcular as medidas de dois lados desta área onde

a grama será plantada. Esta área será triangular, conforme a figura a seguir. Sabendo-se que será plantada uma área de 8 metros quadrados de grama, qual deverá ser o comprimento da base e da altura desta área que tem a forma de um triângulo retângulo?

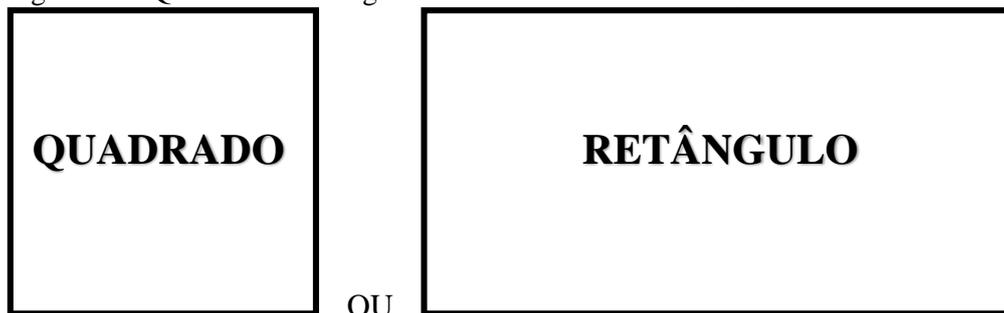
Figura 36 – Triângulo Retângulo – Problema 1 da atividade 5



Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

PROBLEMA 2 – Uma pessoa irá construir uma horta. Os canteiros onde as alfaces serão plantadas deverão ter uma área igual a 24 metros quadrados. Quantos metros devem ter os lados do canteiro? Este canteiro poderia ser quadrado?

Figura 37 – Quadrado e Retângulo – Problema 2 da atividade 5



Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

(**Tempo estipulado: 25 minutos**). Após as resoluções os alunos socializaram as respostas, enfatizando as metodologias utilizadas para os cálculos. No instante da socialização, foram questionados a respeito da melhor unidade de medida para efetuarem os cálculos: Qual unidade de medida seria ideal para calcular a área das figuras dos problemas? (**Tempo estipulado: 15 minutos**). Em seguida, os alunos descreveram nos Cadernos de Anotações como foi o trabalho em grupo e como auxiliaram os demais colegas para chegarem ao resultado final. Além disso, com o intuito de verificar se a aplicação da proposta mudou a postura dos alunos quanto à disciplina de Matemática e sua importância para a sociedade, foi solicitado que respondessem aos seguintes questionamentos: Vocês acham que a Matemática está presente em seu dia-a-dia? Qual a importância da Matemática para a vida das pessoas? Você utiliza a

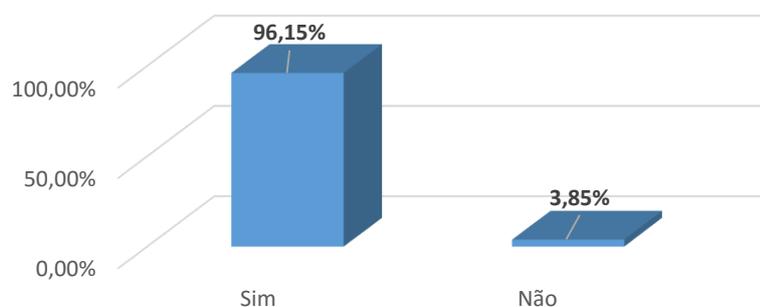
Matemática em algum lugar? Qual a grande importância da Matemática para você? (**Tempo estipulado: 10 minutos**).

#### 4.7 Análise das atividades

Para estruturar as atividades foi aplicado um questionário aos alunos que buscou responder perguntas relacionadas à utilização de computadores para estudo, tempo destinado para se estudar em casa, se já havia utilizado computador para estudar Matemática, se acha a Matemática importante para o cotidiano, como vê a Matemática e fazer um desenho representando a Matemática na vida de cada um. Outro questionário foi aplicado aos responsáveis dos alunos para identificar o perfil sócio-econômico-cultural familiar, isto para desenvolver atividades que estivessem relacionadas com a vivência de cada aluno.

Notou-se, a partir dos resultados obtidos, que a Matemática, além das demais disciplinas, não está cumprindo com o seu papel fundamental de transformar os alunos em indivíduos pensantes, críticos e criativos. De acordo com o gráfico 5 a seguir, percebe-se que a maioria dos alunos veem a Matemática como importante para seu cotidiano. No entanto, a relacionam somente com a noção de contagem, ou seja, está ligada apenas a situações onde são necessários algum tipo de transação financeira. Para ilustrar esta situação, seguem afirmações de alunos sobre este fato, dizem que a Matemática é importante, pois “*a gente aprende a fazer conta rápido*” ou “*para não ser passado para trás*”. Um aluno da turma afirmou que a Matemática não tem nenhuma importância porque nunca gostou desta disciplina. Dois alunos conseguem visualizar a Matemática de forma mais ampla, um deles afirmou que é importante “*porque tudo que a gente vê, tem a ver com a Matemática*” e o outro “*porque para tudo tem a Matemática*”.

Gráfico 5 – Você acha que a Matemática é importante para o seu dia-a-dia?



Fonte: Dados obtidos pelo pesquisador, 2014.

Quando questionados sobre o que seria a Matemática para eles, alguns alunos conseguiram relacioná-la com o cotidiano, como por exemplo, com arquitetura e medidas de

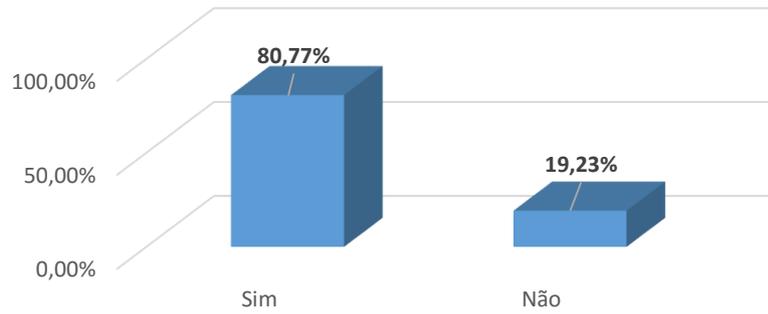
objetos. Outro aluno afirmou que “*a Matemática está em tudo, no esporte, no modo de andar, em tudo tem Matemática*”. Foram respostas interessantes já que os alunos não tiveram oportunidade de estudarem Matemática com objetos concretos de sua realidade ou com o auxílio do computador para ampliar seus conhecimentos matemáticos extraclasse. O gráfico 4 exposto anteriormente demonstra este fator, apontando que mais de 65% dos alunos nunca estudaram Matemática com o auxílio do computador e, além disso 100% não utilizaram materiais concretos para a apropriação de conceitos

Este resultado está fortemente ligado a utilização do Laboratório de Informática da escola, já que mais de 84% dos alunos não o utilizam para as aulas de Matemática, conforme mostrado no gráfico 3.

A metade dos alunos não utiliza o computador para estudar Matemática em casa ou na escola, a outra metade utiliza apenas em consultas no navegador de internet por fotos, vídeos e formas geométricas. Ou seja, não utilizam nenhum *software* específico para o estudo da Matemática. É um caso preocupante, já que os computadores da escola têm *softwares* específicos como o GeoGebra e, além disso, tem acesso ao Banco Internacional de Objetos Educacionais, que conta com diversas simulações, jogos, *softwares* e filmes relacionados a várias disciplinas. É nesse momento que o papel do professor é importante, pois é a partir de sua postura enquanto mediador é que estes vários recursos podem ser utilizados de forma que intervenham em sua prática pedagógica de forma que levem seus alunos a se apropriarem dos conceitos estudados de forma mais clara e precisa.

Reflexo desse fator está demonstrado no gráfico 6, que é o gosto pela disciplina de Matemática, mais de 19% dos alunos afirmaram não gostar da disciplina, alguns afirmaram o seguinte: “*é muito cansativo*”; “*porque é muito ruim*”; “*porque a Matemática da dor de cabeça*”. Estas afirmações são preocupantes, pois no momento em que os alunos estão na posição passiva no processo de ensino-aprendizagem, qualquer disciplina fica desinteressante e, mais uma vez, é papel do professor por sua mediação e estruturação das atividades, desenvolver momentos de aprendizagem em que os alunos consigam sentir interesse nas aulas. É neste sentido que conhecer o contexto se torna importante e uma alternativa para tornar a disciplina e as atividades de estudo estimulantes. Os demais alunos que afirmaram gostar da disciplina, mais de 80%, voltaram a relacioná-la com dinheiro e com a escola por meio de memorização da tabuada, um aluno afirmou o seguinte: “*sem a Matemática a gente não ia saber mexer com dinheiro*”.

Gráfico 6 – Você gosta da disciplina de Matemática?



Fonte: Dados obtidos pelo pesquisador, 2014.

Para conseguir visualizar a relação dos alunos com a Matemática, foi solicitado que os alunos elaborassem um desenho que representasse a Matemática no seu cotidiano. Novamente, alguns alunos fizeram a relação com o dinheiro (Figuras 38 e 39).

Figura 38 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Calculadora



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

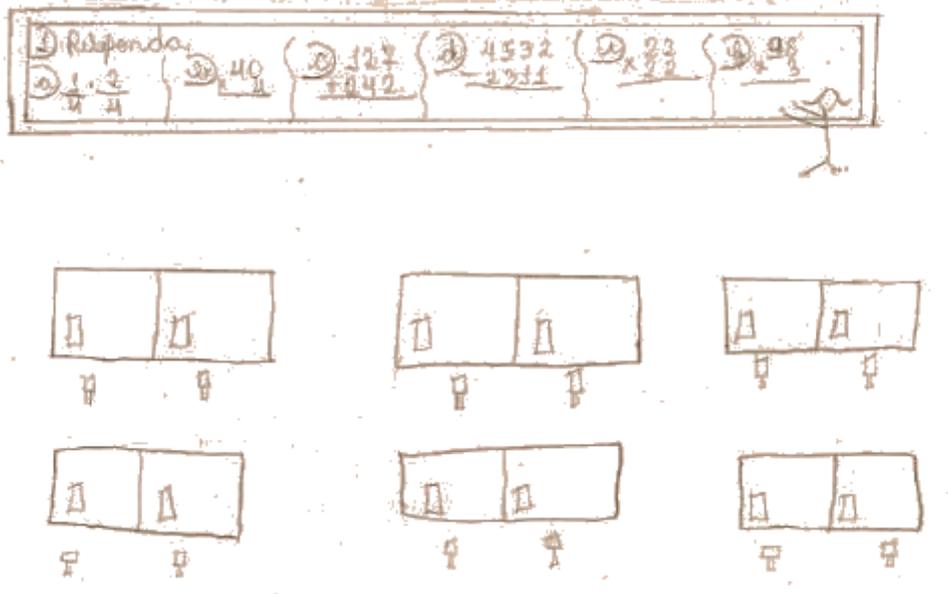
Figura 39 – Desenho representando a Matemática no cotidiano - Supermercado



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

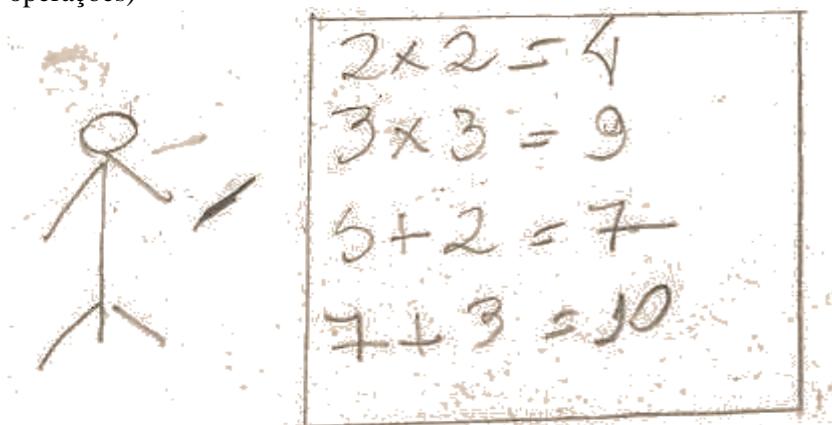
Em outros casos, fizeram a relação apenas com a escola e com a memorização da tabuada (Figuras 40, 41 e 42).

Figura 40 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Aula de Matemática



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Figura 41 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Memorização da tabuada (4 operações)



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014

Figura 42 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Aula de Matemática



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

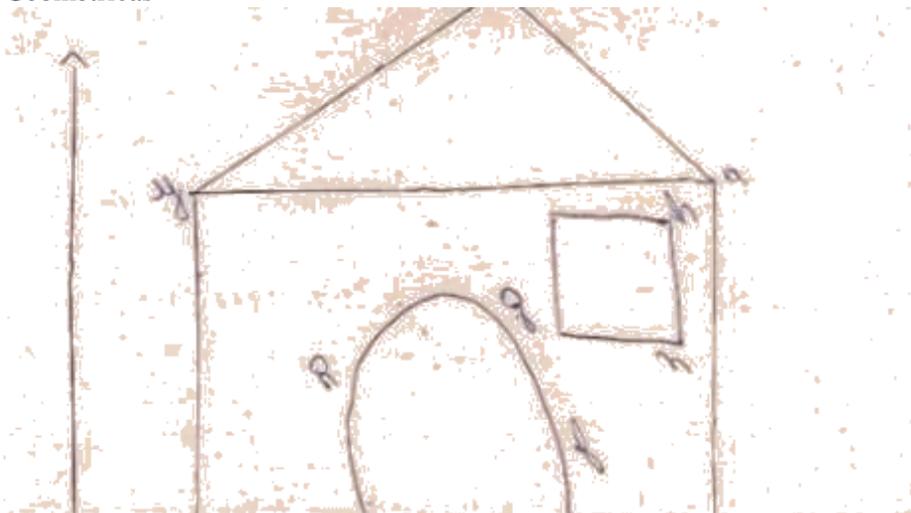
Alguns alunos conseguem relacionar a Matemática com o cotidiano, conforme mostram as figuras 43 e 44. No entanto, foram apenas dois alunos que fizeram tal relação. A aluna que realizou a figura 43 conseguiu demonstrar em seu desenho que a Matemática se faz necessária para que se possa construir uma casa sem mencionar, em momento algum, nenhum elemento matemático explícito como medidas ou números. Já o aluno que fez a figura 44 representou no plano cartesiano os elementos para que se possa construir ou simular matematicamente as medidas exatas para se fazer uma construção civil.

Figura 43 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Relação com a Arquitetura



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

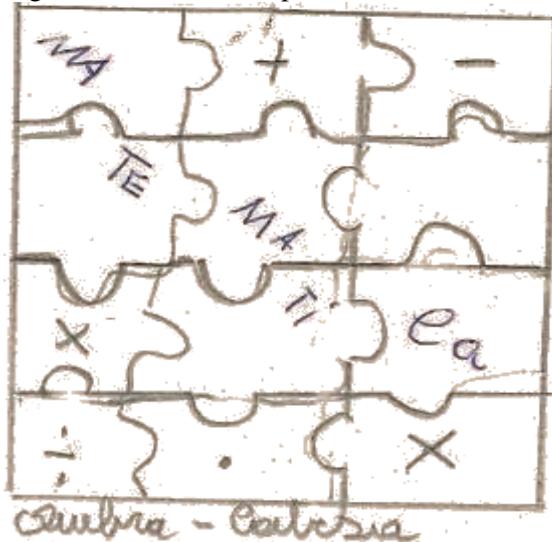
Figura 44 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Relação com Figuras Geométricas



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Outros casos estão ligados com a dificuldade que tem com a Matemática, a maioria dos alunos desenhou quebra-cabeças e pessoas pensativas, relacionando-a com contas ou problemas para resolver (Figuras 45, 46 e 47).

Figura 45 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Quebra-cabeça



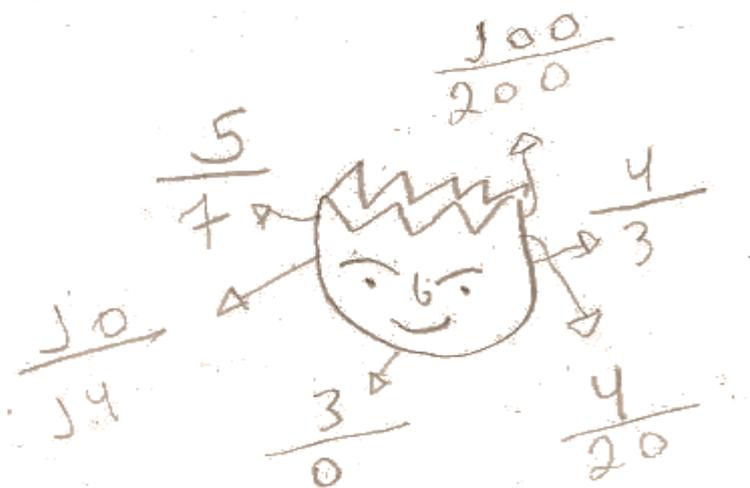
Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Figura 46 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Pessoa Pensativa



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Figura 47 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Pessoa Pensativa



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Dois casos chamaram a atenção, demonstraram a negatividade que a Matemática tem na visão dos alunos (Figuras 48 e 49). Estes alunos demonstraram explicitamente o significado da Matemática para eles e, além disso, os outros alunos ao verem os desenhos no momento em que eram feitos, agiram de forma positiva à exposição dos colegas, fato que preocupa, já que esta visão negativa interfere no desenvolvimento matemático de cada um deles.

Quanto a isso, há fatores específicos que estão ligados ao processo de ensino-aprendizagem que podem influenciar negativamente no desenvolvimento intelectual dos alunos. Sanchez (2004, p. 174) aponta algumas dificuldades, entre elas se destaca a seguinte:

Dificuldades originadas no ensino inadequado ou insuficiente, seja porque à organização do mesmo não está bem sequenciado, ou não se proporcionam elementos de motivação suficientes; seja porque os conteúdos não se ajustam às necessidades e ao nível de desenvolvimento do aluno, ou não estão adequados ao nível de abstração,

ou não se treinam as habilidades prévias; seja porque a metodologia é muito pouco motivadora e muito pouco eficaz.

Neste caso, esta visão pode estar relacionada aos procedimentos em que os conteúdos são trabalhados em sala de aula. De acordo com a professora regente, o modo expositivo é o único modelo metodológico utilizado pelo tempo disponível para ministrar o programa, o qual é definido pela Secretaria de Educação do Estado e seus cronogramas devem ser seguidos criteriosamente.

Figura 48 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Símbolo da Morte



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Figura 49 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Símbolo do terror



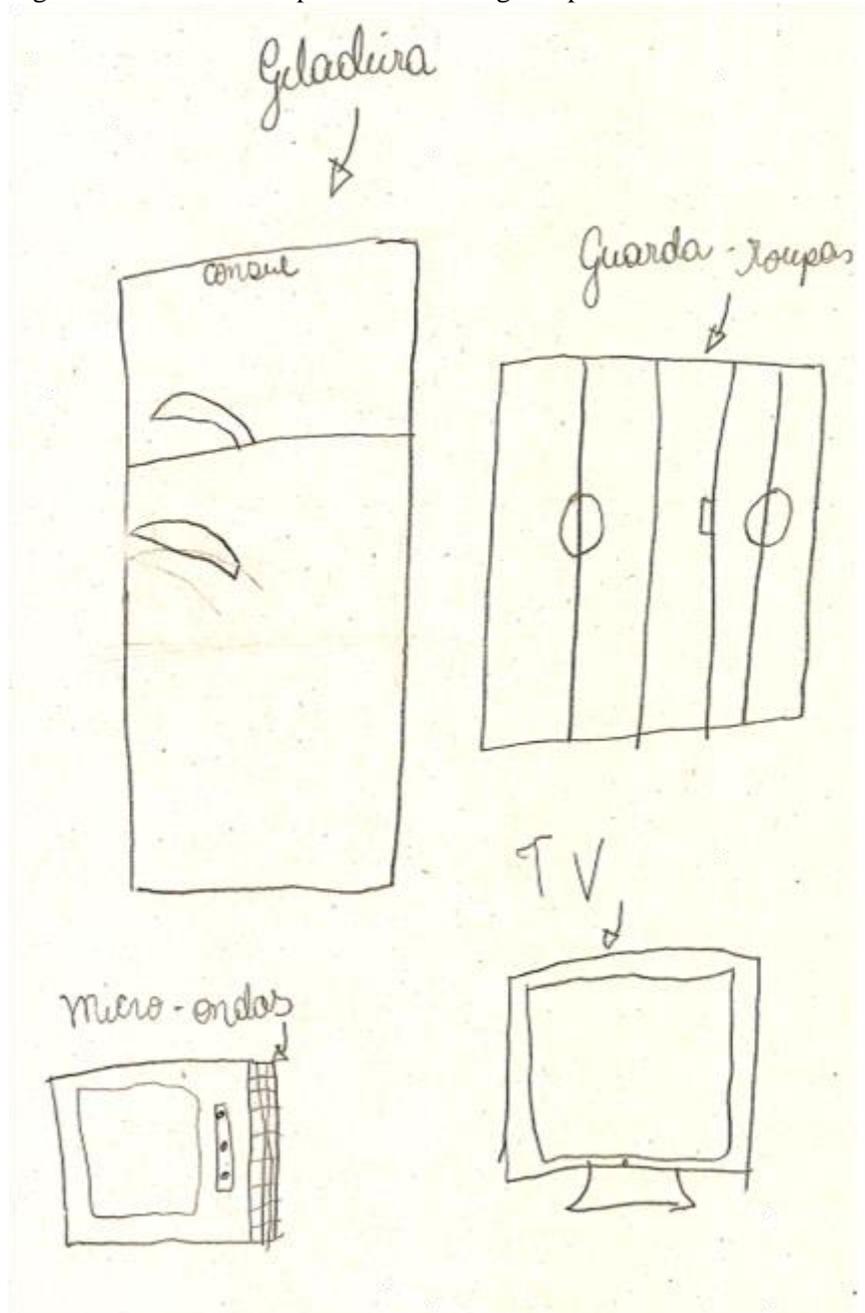
Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Mudar esta visão que a Matemática expressa para os alunos não é uma tarefa simples. A utilização da informática e do Ensino Desenvolvimental pode ser uma saída para este problema e é com base nestes dois elementos que a proposta foi estruturada.

#### 4.7.1 Atividade 1

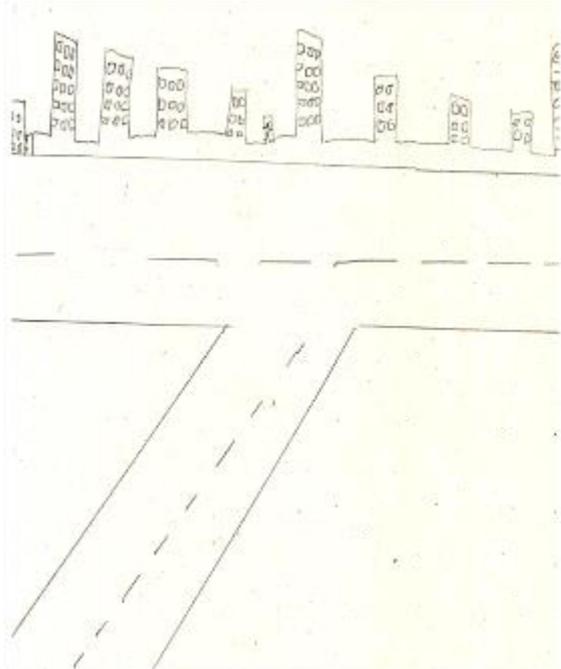
O início da atividade 1 teve o intuito de identificar o Nível de Desenvolvimento Real dos alunos acerca de figuras planas. Inicialmente, foi solicitado que desenhassem figuras planas que estão presentes em seu cotidiano com o intuito de verificar se realmente tem o significado de figuras planas consistentes para continuar as atividades de estudo. Seguem as figuras criadas pelos alunos e o momento de suas construções.

Figura 50 – Desenhos representando as figuras planas no cotidiano – eletrodomésticos



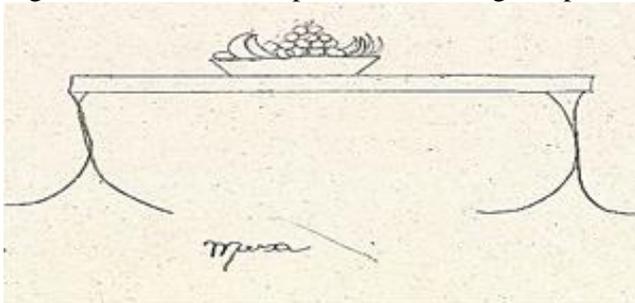
Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Figura 51 – Desenhos representando as figuras planas no cotidiano – Edifícios e ruas



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Figura 52 – Desenhos representando as figuras planas no cotidiano – Mesa



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Figura 53 – Alunos realizando atividades – Figuras planas representadas no cotidiano





Fonte: Tirada pelo pesquisador, 2014.

As figuras construídas mostraram que os alunos têm conhecimento suficiente sobre figuras planas para a sequência das atividades de estudo, além disso, conseguem relacioná-las com objetos reais.

No segundo momento da aula foi exposta, com figuras ilustrativas, a história da Matemática, desde sua origem até a utilização dos cálculos de áreas de figuras planas realizadas pelos egípcios. Foi mencionado o contexto histórico da origem dos cálculos de áreas, as necessidades da população da época, a importância que a Matemática teve para o desenvolvimento da sociedade e a sua importância nos dias de hoje.

No final da aula os alunos descreveram no Caderno de Anotações o que acharam da aula e o que entenderam no momento da explanação da história da Matemática e da Geometria.

Figura 54 – Relato 1 referente à atividade 1

A aula de matemática, foi boa por explicar como foi que surgiu e é hora que seria, que principalmente na hora de contar, saber a área e o perímetro dos terrenos, quando, pagar de impostos

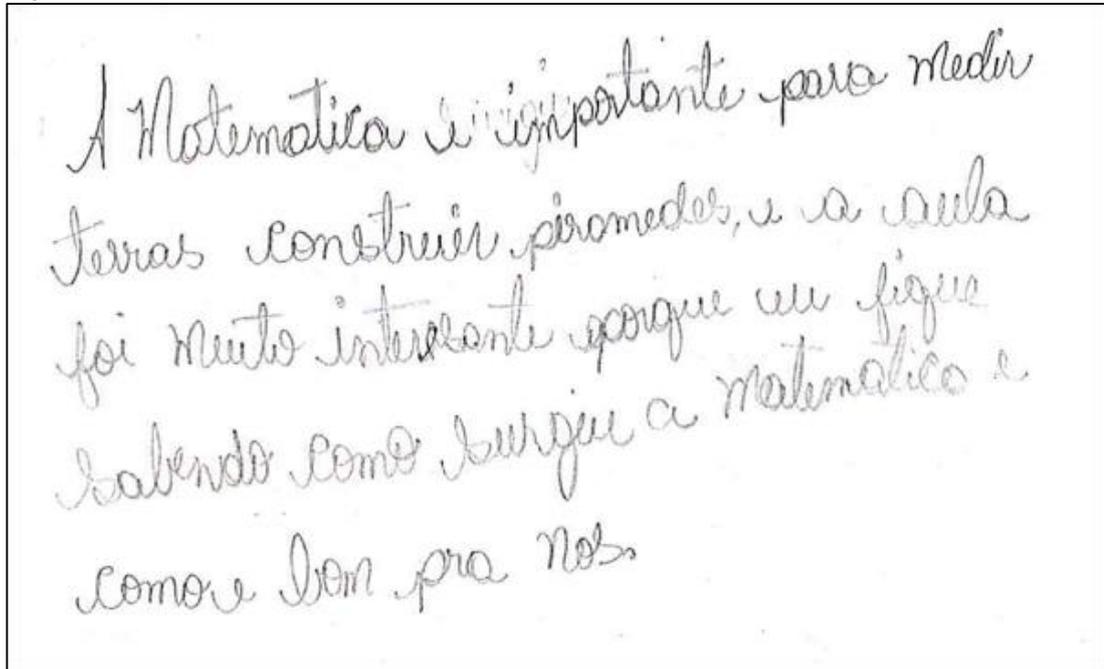
Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

## Quadro 3 – Descrição do relato 1 da atividade 1

A aula de Matemática foi boa por explicar como foi que surgiu e para que servia, que principalmente na hora de contar, saber a área e o perímetro dos terrenos, quanto pagar de impostos.

Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

Figura 55 – Relato 2 referente à atividade 1



A Matemática é importante para medir terras construir pirâmides, e a aula foi muito interessante porque eu fiquei sabendo como surgiu a matemática e como é bom pra nós.

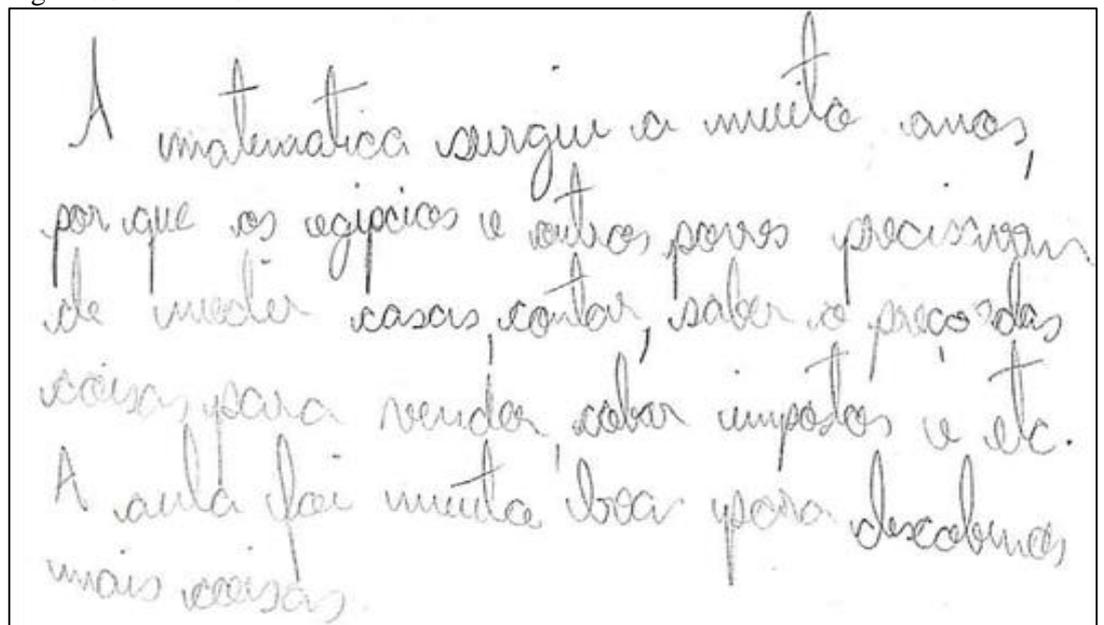
Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

## Quadro 4 – Descrição do relato 2 da atividade 1

A Matemática é importante para medir terras construir pirâmides e a aula foi muito interessante porque eu fiquei sabendo como surgiu a Matemática e como é bom pra nós.

Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

Figura 56 – Relato 3 referente à atividade 1



A matemática surgiu há muito anos, porque os egípcios e outros povos precisavam de medir casas, contar, saber o preço das coisas, para vender, cobrar impostos e etc. A aula foi muito boa para descobrirmos mais coisas.

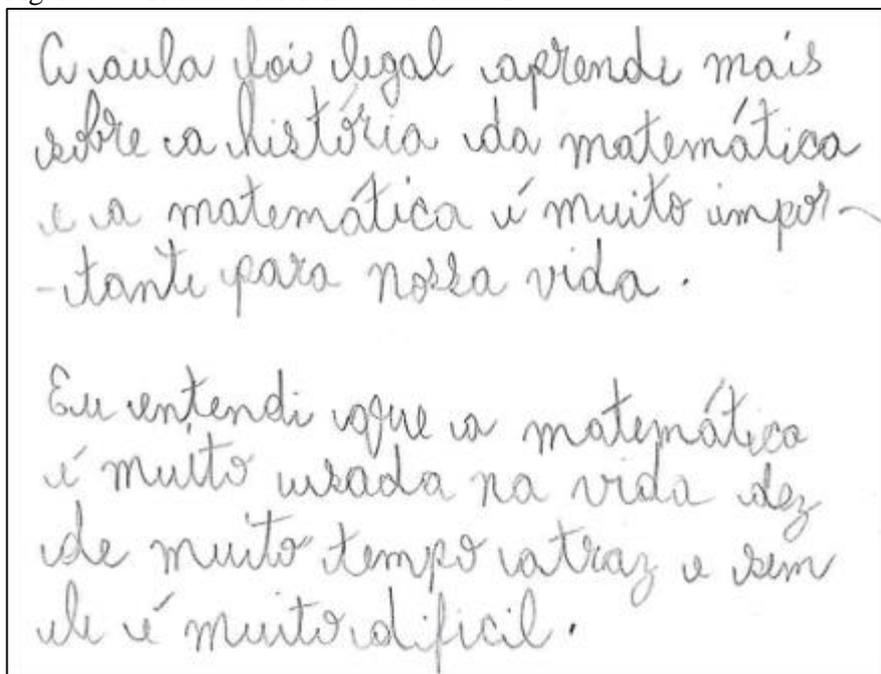
Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Quadro 5 – Descrição do relato 3 da atividade 1

A Matemática surgiu a muito anos, porque os egípcios e outros povos precisavam de medir as casas, contar, saber o preço das coisas para vender, cobrar impostos e etc. A aula foi muito boa para descobrirmos mais coisas.

Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

Figura 57 – Relato 4 referente à atividade 1



A aula foi legal aprende mais sobre a história da matemática e a matemática é muito importante para nossa vida.

Eu entendi que a matemática é muito usada na vida de muito tempo atrás e sem ele é muito difícil.

Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

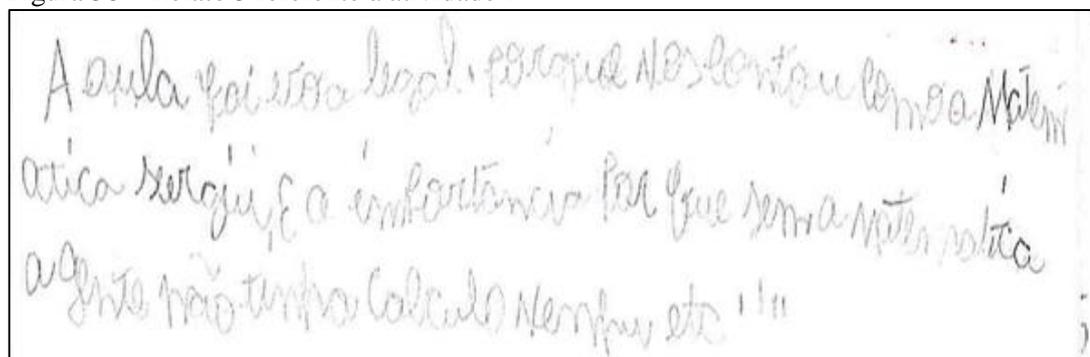
Quadro 6 – Descrição do relato 4 da atividade 1

A aula foi muito legal aprendi mais sobre a história da Matemática e a Matemática é muito importante para nossa vida.

Eu entendi que a Matemática é muito usada na vida de muito tempo atrás e sem ele é muito difícil.

Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

Figura 58 – Relato 5 referente à atividade 1



A aula foi muito legal, porque nos contou como a Matemática surgiu e a importância por que sem a Matemática a gente não tinha cálculo nenhum etc."

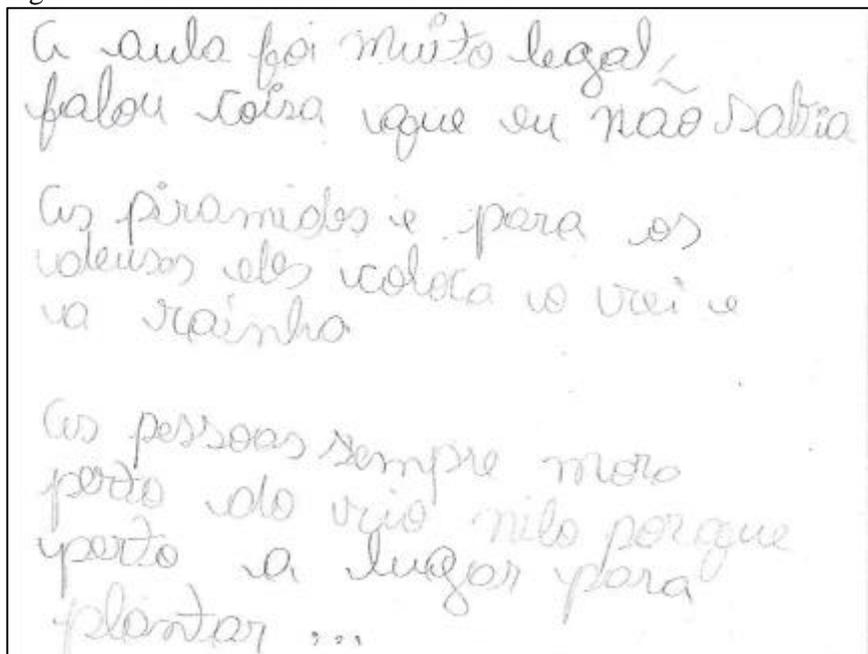
Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Quadro 7 – Descrição do relato 5 da atividade 1

A aula foi boa legal, porque nos contou como a Matemática surgiu e a importância porque sem a Matemática a gente não tinha cálculo nenhum etc.

Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

Figura 59 – Relato 6 referente à atividade 1



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Quadro 8 – Descrição do relato 6 da atividade 1

A aula foi muito legal, falou coisa que eu não sabia.  
 As pirâmides e para os deuses ele colocar o rei e a rainha.  
 As pessoas sempre mora perto do rio Nilo porque perto a lugar para plantar...

Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

Nota-se claramente a dificuldade dos alunos na escrita. Deste modo, fica mais difícil expressar corretamente o que estão pensando. Mesmo assim, se conseguiu notar que os alunos conseguiram entender a importância da Matemática no contexto em que foi explicada e sua influência para o desenvolvimento da sociedade.

#### 4.7.2 Atividade 2

Esta atividade teve o intuito de mostrar aos alunos as várias possibilidades de construção que o *software* Geogebra oferece. Foram apresentados no projetor algumas de suas funções para que todos os alunos acompanhassem e, posteriormente, foi solicitado que os alunos explorassem o *software* criando figuras planas quaisquer, de acordo com a criatividade de cada um. As figuras a seguir mostram o interesse que os alunos tiveram para a resolução das atividades de estudo propostas nesta aula.

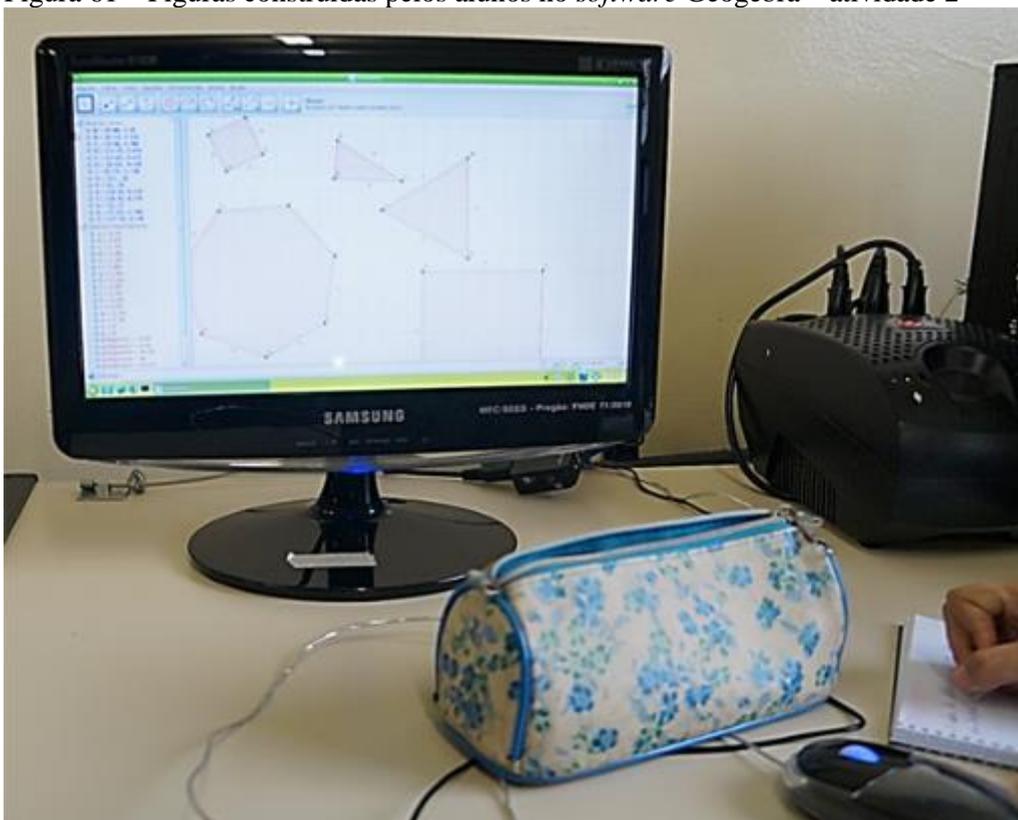
Figura 60 – Alunos utilizando o *software* Geogebra – atividade 2



Fonte: Tirada pelo pesquisador, 2014.

As figuras a seguir demonstram que os alunos tiveram facilidade com o manuseio do computador e do *software*. As ferramentas necessárias para as construções das figuras planas foram identificadas com rapidez e os alunos conseguiram entender as funções do *software* com rapidez e criatividade.

Figura 61 – Figuras construídas pelos alunos no *software* Geogebra – atividade 2



Fonte: Tirada pelo pesquisador, 2014.

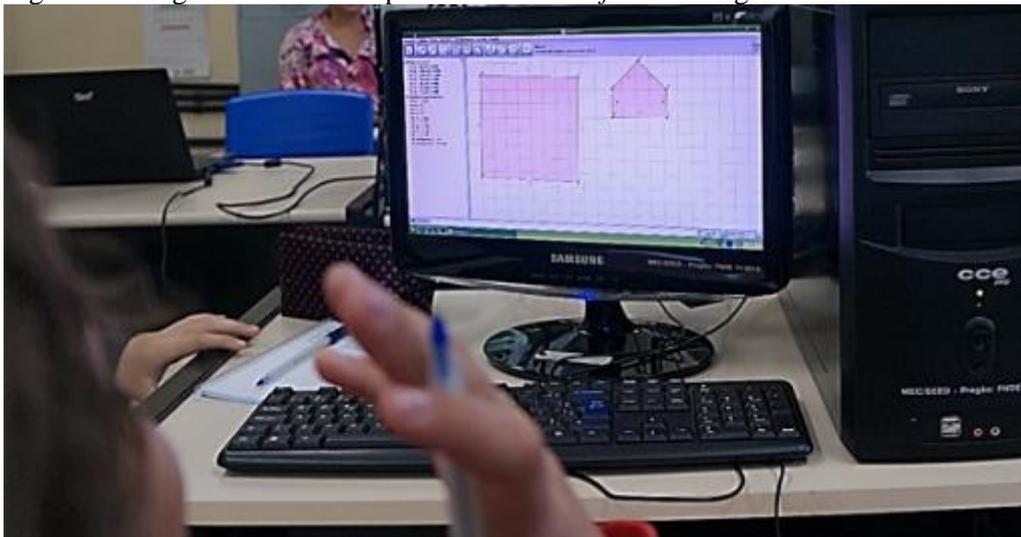
Figura 62 – Figuras construídas pelos alunos no *software* Geogebra – atividade 2

Fonte: Tirada pelo pesquisador, 2014.

Figura 63 – Figuras construídas pelos alunos no *software* Geogebra – atividade 2

Fonte: Tirada pelo pesquisador, 2014.

Figura 64 – Figuras construídas pelos alunos no *software* Geogebra – atividade 2



Fonte: Tirada pelo pesquisador, 2014.

Ao final das atividades com o *software* os alunos afirmaram que o *software* é muito interessante e de fácil manuseio. Conseguiram desenvolver e criar as figuras planas com facilidade e agilidade, utilizando várias ferramentas que o *software* oferece.

#### 4.7.3 Atividade 3

Para Davydov (1986) a motivação é importante para o desenvolvimento dos alunos no decorrer das atividades para que estes desempenhem suas funções com entusiasmo. Além disso, o autor ainda coloca que:

Como se sabe, a atividade humana corresponde a determinada necessidade; as ações, correspondem aos motivos. Na formação dos escolares de menor idade, é da necessidade da atividade de aprendizagem que deriva sua concretização na diversidade de motivos que exigem das crianças a realização de ações de aprendizagem (DAVYDOV, 1986, p. 97).

Assim sendo, foi exposto aos alunos uma reportagem sobre o Ricardo, estudante portador de necessidades especiais que foi bicampeão das Olimpíadas Brasileiras de Matemática. Algumas passagens da reportagem seguem nas figuras a seguir.

Ricardo começou seus estudos com dezessete anos, foi alfabetizado pela mãe e ao fazer um teste, iniciou na quinta série. Recebia ajuda do irmão mais novo para desenvolver as atividades.

Figura 65 – Estudante Ricardo com as medalhas da Olimpíada Brasileira de Matemática e estudando com o irmão – atividade 3



Fonte: Adaptada da reportagem pelo pesquisador, 2014.

Como o percurso de casa até a escola não permitia a utilização da cadeira de rodas por causa das más condições da estrada vicinal, seu pai o carregava em um carrinho de mão por um quilômetro todas as vezes que precisava ir à escola para fazer as provas. Ele tinha aulas em casa com uma professora específica para ele. Sempre que a professora chegava para iniciar as aulas, o estudante já havia estudado com antecedência e a professora somente revisava os conteúdos e tirava algumas dúvidas. Foi em decorrência do seu empenho que conseguiu vencer as competições escolares que disputou.

Figura 66 – Estudante Ricardo indo para a escola e com as medalhas da Olimpíada Brasileira de Matemática – atividade 3



Fonte: Adaptada da reportagem pelo pesquisador, 2014.

O último prêmio que recebeu da Olimpíada brasileira de Matemática foi das mãos do ex-presidente Luiz Inácio Lula da Silva que fez um discurso elogiando e enaltecendo os esforços do Ricardo e, em uma passagem, reporta uma fala do estudante que diz: “hoje é o Brasil que está me ajudando, amanhã poderei ser eu que estarei ajudando o Brasil”. Ricardo foi aplaudido de pé por todos os presentes na cerimônia de entrega das medalhas. Por seu ótimo

desempenho nos estudos, o estudante foi contemplado com um computador para facilitar seus estudos e lhe dar a chance de ingressar em uma universidade.

Figura 67 – Estudante Ricardo recebendo medalha e com as medalhas da Olimpíada Brasileira de Matemática – atividade 3



Fonte: Adaptada da reportagem pelo pesquisador, 2014.

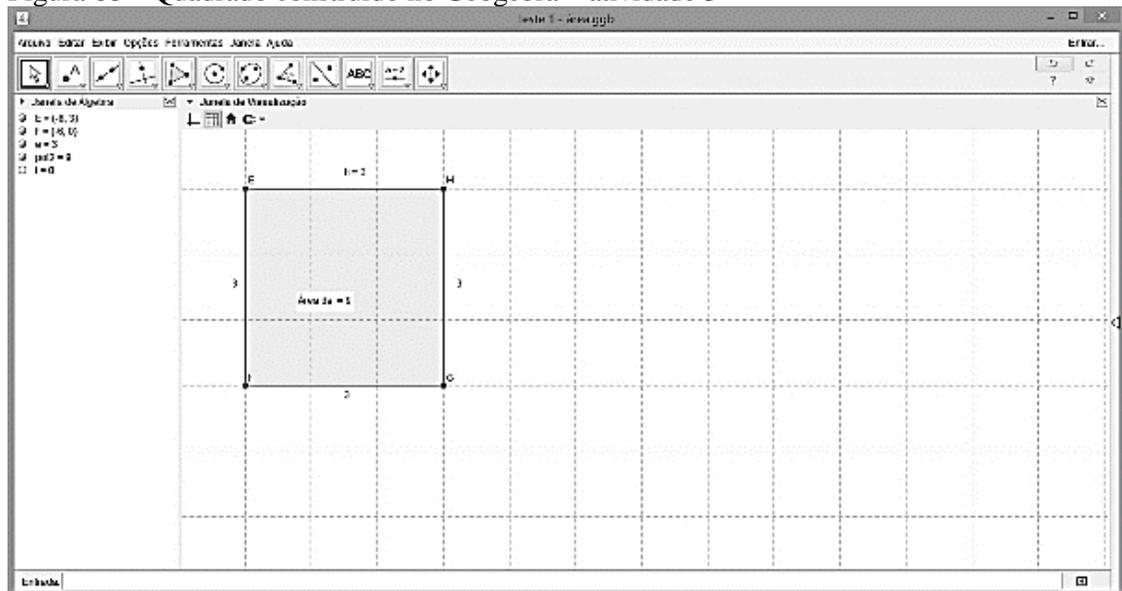
Após a exposição da reportagem, os alunos comentaram sobre os esforços do Ricardo e notaram que as dificuldades que eles têm com a Matemática podem ser superadas com perseverança e dedicação. Expuseram que mudariam as formas de estudo, conforme as falas a seguir:

**Aluno 1:** *Vou levar o estudo mais a sério de agora pra frente, vai que eu preciso da Matemática pra alguma coisa depois.*

**Aluno 2:** *Estudar é muito importante, só na escola não dá tempo de aprender tudo que precisa, tem que estudar em casa pra aprender mais.*

Após as discussões acerca da reportagem, o professor mencionou a importância de se estudar e se dedicar para conseguir êxito na vida. Todos os alunos se sentiram motivados em estudar e os comentários sobre a reportagem continuaram até o final da aula. Em seguida, dando início às atividades específicas da formação de conceitos de área de perímetro de figuras planas (quadrado e triângulo), os alunos construíram, no Geogebra, um quadrado com medidas quaisquer e, concomitantemente, o pesquisador mostrou no projetor um quadrado também feito no Geogebra para que alguns questionamentos fossem feitos para toda a turma, conforme mostra a figura a seguir.

Figura 68 – Quadrado construído no Geogebra – atividade 3



Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

Com a função “Exibir Malha” ativada, fica mais simples identificar a área das figuras de acordo com a quantidade de células dentro das figuras. Este é o momento das conjecturas surgirem de modo que os alunos as tenham de forma provisória, já que os testes foram feitos de forma abstrata e empírica. Para que as ideias dos alunos fossem surgindo os alunos foram questionados:

**Professor:** *Conseguem visualizar a área do quadrado?*

Na disciplina de Matemática, “como em qualquer outra disciplina, o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo” (PONTE *et al*, 2013, p. 23). Após este questionamento, os alunos não demonstraram nenhuma reação enquanto analisavam a figura do professor e as figuras que tinham construído. Outro questionamento mais pontual foi feito tendo o cuidado de não interferir no raciocínio dos alunos, pois, segundo Ponte *et al* (2013, p. 29) cabe ao professor “[...] procurar compreender como o trabalho dos alunos se vai processando e prestar o apoio que for sendo necessário”.

**Professor:** *Qual a relação da área do quadrado com as células da malha?*

**Aluno 1:** *Você pode contar quantos quadradinhos tem dentro do quadrado que você fez.*

Confirmando e esclarecendo a afirmação do aluno anterior, outro aluno identificou a área do quadrado por meio da visualização da quantidade de quadrados que haviam dentro do quadrado projetado.

**Aluno 2:** *É a mesma quantidade de quadrados menores que tem dentro do quadrado maior que você fez.*

**Aluno 3:** *Então a área do seu quadrado é nove, porque tem nove quadradinhos dentro do quadrado que você fez.*

Neste momento, todos os alunos conseguiram visualizar, nos quadrados que haviam feito, a área referente à quantidade de quadrados da malha. Este recurso do *software* possibilita uma melhor visualização dos elementos da figura plana, este primeiro contato com a figura plana é denominado como empírico por Davydov, já que expressa as características eternas do objeto de estudo, o qual deve ser internalizado pelos alunos para que se torne científico.

De acordo com as definições de perímetro e utilizando o mesmo quadrado que os alunos construíram, estes foram questionados:

**Professor:** *Conseguem visualizar o perímetro deste quadrado?*

**Aluno 1:** *É a quantidade de quadradinhos que tem em cada lado.*

**Professor:** *Todos concordam?*

**Alunos:** *Sim.*

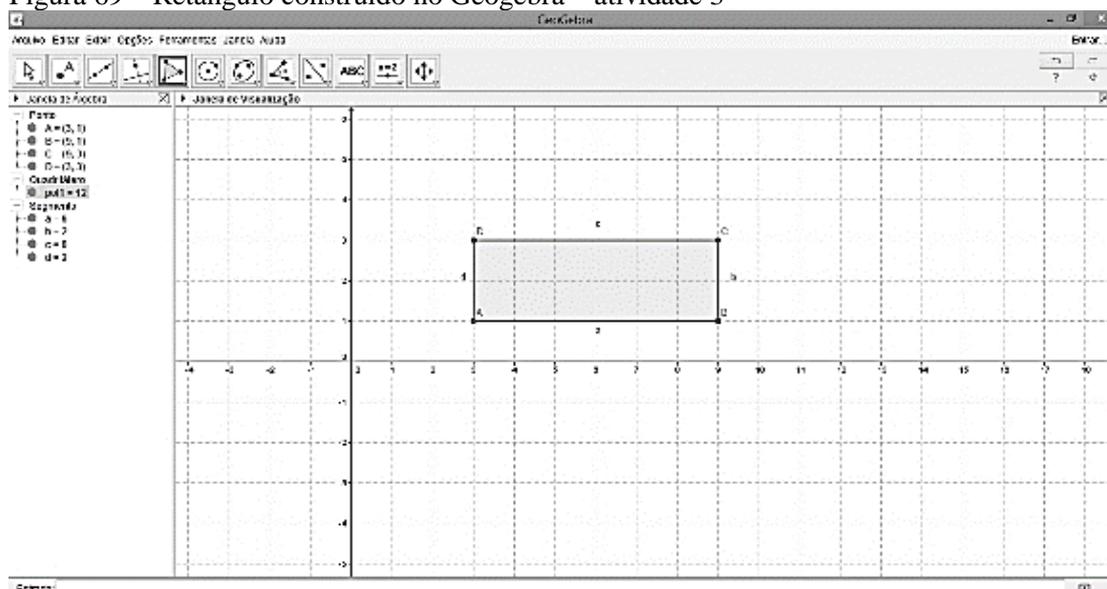
**Professor:** *Então o perímetro é igual a área do quadrado?*

**Aluno 2:** *Acho que sim.*

**Professor:** *Então vamos fazer um teste com um retângulo para comprovar?*

Neste momento, o professor fez um retângulo no Geogebra conforme a figura a seguir e questionou os alunos.

Figura 69 – Retângulo construído no Geogebra – atividade 3



Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

**Professor:** *Qual é a área deste retângulo?*

**Alunos:** *Doze.*

**Professor:** *Muito bem!! E qual o perímetro?*

**Alunos:** *Doze.*

Alguns alunos responderam automaticamente sem efetuar nenhum tipo de cálculo, enquanto os demais ficaram pensativos e receosos com a resposta dos colegas.

**Professor:** *Todos concordam?*

**Aluno 3:** *Não, o perímetro é dezesseis.*

**Professor:** *Todos concordam?*

**Alunos:** *Sim.*

**Professor:** *Por quê? Se nós temos doze quadradinhos dentro do retângulo?*

**Aluno 4:** *Mas o perímetro é quantidade de lados dos quadradinhos, tem que contar subindo e indo reto, daí dá dezesseis.*

**Aluno 5:** *A área é o de dentro e o perímetro é o de forra. Assim fica mais fácil de entender professor.*

**Professor:** *Muito bem! É isso mesmo! Mas porque que no quadrado o valor da área é igual ao valor do perímetro?*

**Aluno 4:** *Porque os lados do quadrado têm o mesmo tamanho?!?!?*

Respondeu um aluno meio receoso, demonstrando estar com dúvida na resposta.

**Professor:** *Todos concordam com ele?*

**Alunos:** *Sim.*

**Professor:** *Muito bem!! É isso mesmo. É porque no quadrado as medidas dos lados são iguais.*

**Professor:** *Agora, vamos definir qual seria uma fórmula para calcular a área de qualquer quadrado ou retângulo. Alguém tem alguma sugestão?*

**Aluno 6:** *Para você saber quantos quadrados têm dentro do quadrado maior, é só você multiplicar a quantidade de quadrados que tem na parte de baixo vezes a quantidade que tem subindo, daí dá o total de quadradinhos.*

**Professor:** *Todos concordam com o colega? É só fazer isso mesmo? Multiplicar a horizontal pela vertical?*

**Alunos:** *Sim.*

**Aluno 2:** *Assim fica mais fácil, não precisa ficar contando quantos quadradinhos tem dentro do maior.*

**Aluno 6:** *Então é só multiplicar o valor da base pelo valor da altura. Base vezes altura, não é isso professor?*

**Professor:** *Isso mesmo, então nossa fórmula está pronta:  $a = b.h$ .*

Colocando no quadro, o professor expressa a fórmula e explica o que significa cada letra,  $a$  representa a área,  $b$  representa o valor da base e  $h$  o valor da altura.

Neste momento os alunos conseguiram generalizar o conceito de área e perímetro, por conseguirem diferenciar os tipos de cálculos das duas figuras (quadrado e retângulo). Sobre esta etapa, Davydov (1986, p. 95) explica que:

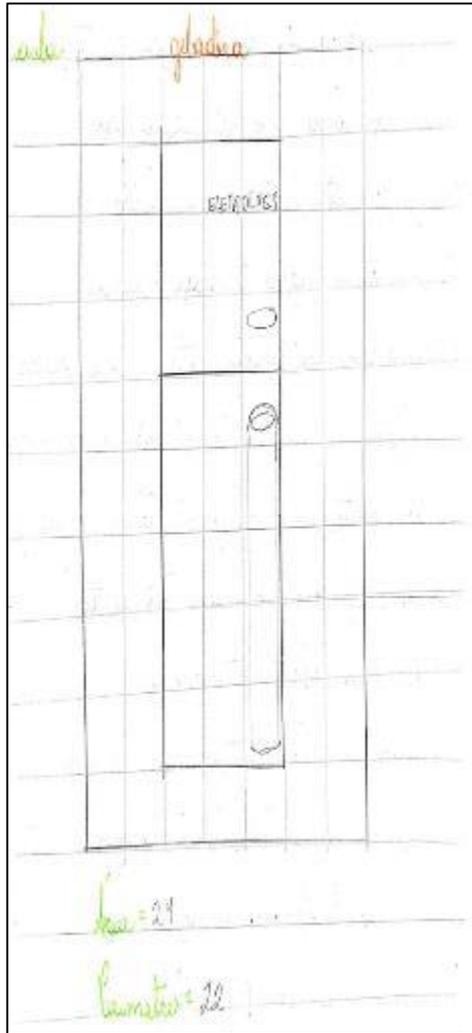
Ao registrar, por meio de alguma forma referencial, a relação geral principal identificada, os alunos constroem, com isso, uma abstração substantiva do assunto estudado. Continuando a análise do material curricular, eles detectam a vinculação regular dessa relação principal com suas diversas manifestações obtendo, assim, uma generalização substantiva do assunto estudado.

As respostas dos alunos devem ser avaliadas e discutidas para que se sintam estimulados em continuar participando das resoluções das tarefas. Ponte *et al* (2013, p. 28) apontam que “o aluno deve sentir que as suas ideias são valorizadas e que se espera que as discuta com os colegas, não sendo necessária a validação constante por parte do professor”.

Mas, o autor afirma que “é fundamental, para que o processo investigativo não saia empobrecido, que o professor procure levar os alunos a compreender o caráter provisório das conjecturas” (PONTE *et al*, 2013, p. 37). Para que isso aconteça, os testes ou a prova na Matemática são muito importantes, pois “à medida que os alunos vão interiorizando a necessidade de justificarem as suas afirmações e que as suas ferramentas Matemáticas vão sendo mais sofisticadas, vai-se tornando mais fácil realizarem pequenas provas Matemáticas” (PONTE *et al*, 2013, p. 38).

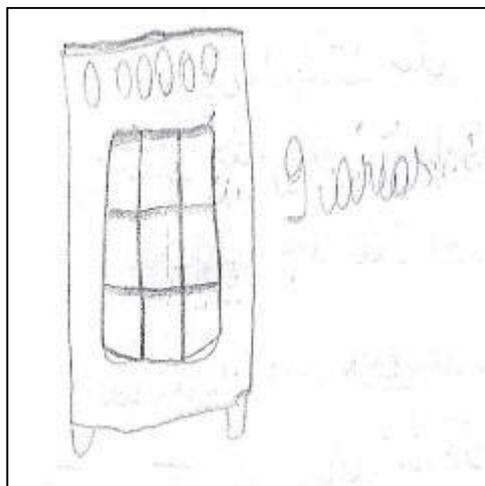
Foi solicitado que os alunos desenhassem no Caderno de Anotações figuras planas que estavam presentes em seu cotidiano e que, além disso, calculassem a área das figuras. Os desenhos dos alunos estão expostos a seguir, mostram que conseguiram identificar o núcleo do objeto de estudo. Alguns alunos calcularam apenas a área, outros não colocaram as unidades de medida, mas conseguiram desenvolver a atividade de estudo de maneira que os conceitos estudados fossem concretizados nos desenhos.

Figura 70 – Desenho representando o cálculo de áreas em objetos do cotidiano – geladeira – atividade 3



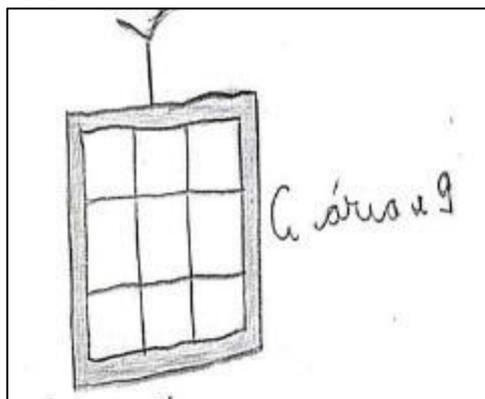
Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Figura 71 – Desenho representando o cálculo de áreas em objetos do cotidiano – fogão – atividade 3



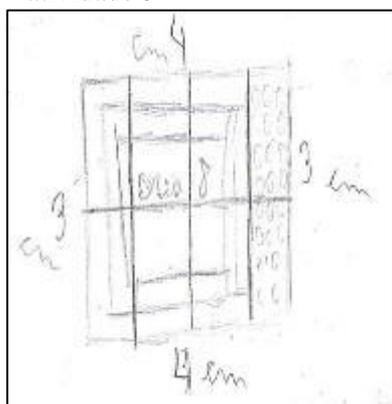
Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Figura 72 – Desenho representando o cálculo de áreas em objetos do cotidiano – televisão – atividade 3



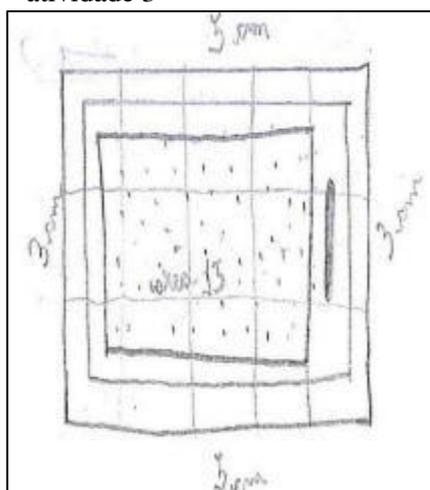
Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Figura 73 – Desenho representando o cálculo de áreas em objetos do cotidiano – micro-ondas – atividade 3



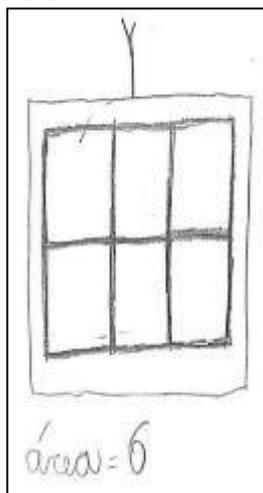
Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Figura 74 – Desenho representando o cálculo de áreas em objetos do cotidiano – forno elétrico – atividade 3



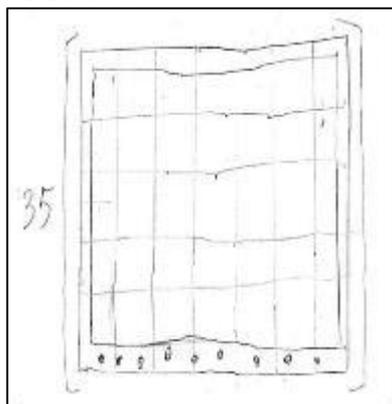
Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Figura 75 – Desenho representando o cálculo de áreas em objetos do cotidiano – televisão – atividade 3



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

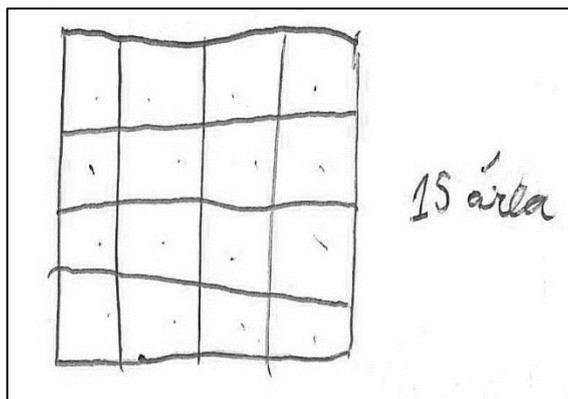
Figura 76 – Desenho representando o cálculo de áreas em objetos do cotidiano – televisão – atividade 3



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

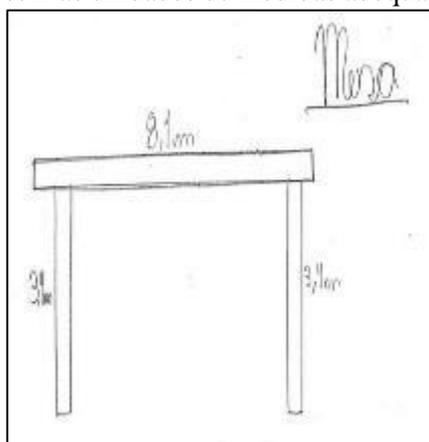
Houveram também aqueles, a minoria dos alunos, que não conseguiram fazer o que foi proposto de acordo com os conceitos estudados, dois alunos fizeram os desenhos, mas não conseguiram calcular a área e o perímetro, dois alunos não conseguiram relacionar a unidade de medida com o tamanho do objeto e outro fez o desenho de uma figura plana, entretanto não relacionou com nenhum objeto. Seus desenhos estão destacados a seguir.

Figura 77 – Desenho representando o cálculo de área sem relacionar com objeto do cotidiano – atividade 3



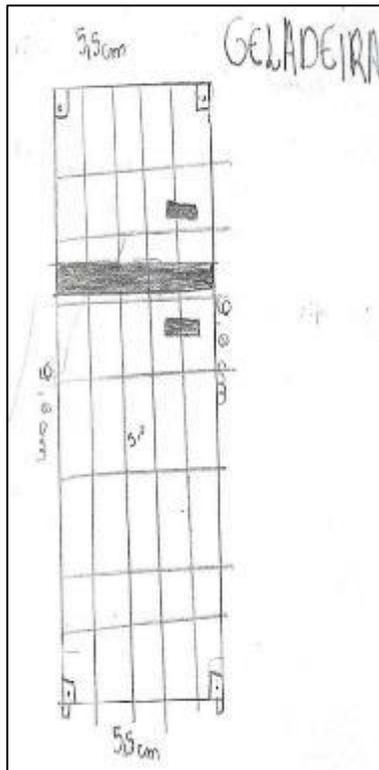
Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Figura 78 – Desenho representando o cálculo de área relacionando com objeto do cotidiano sem as unidades de medidas adequadas – mesa – atividade 3



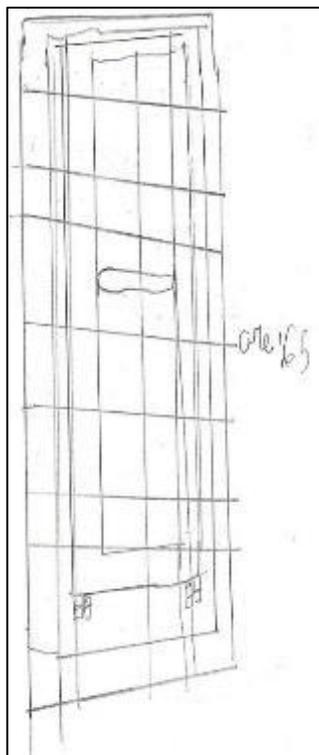
Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Figura 79 – Desenho representando o cálculo de área relacionando com objeto do cotidiano sem as unidades de medidas adequadas – geladeira – atividade 3



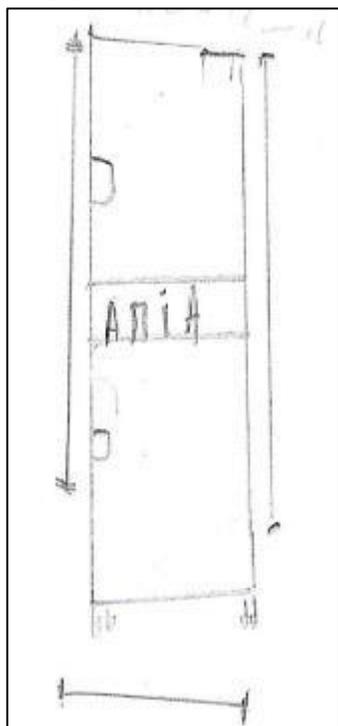
Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Figura 80 – Desenho representando o cálculo de área relacionando com objeto do cotidiano com a medida da área incorreta – geladeira – atividade 3



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Figura 81 – Desenho representando um objeto do cotidiano sem a medida da área – geladeira – atividade 3



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

A próxima etapa das atividades foi internalizar nos alunos os conceitos referentes aos cálculos de área do quadrado (retângulo) e do triângulo retângulo, fazendo com que os pensamentos dos alunos fizessem o caminho do geral para o particular. Sobre este momento da atividade, Davydov (1986, p. 95) explica que:

Este percurso de assimilação do conhecimento tem dois aspectos característicos. Em primeiro lugar, o pensamento dos escolares se move de forma orientada do geral para o particular (no começo buscam identificar o “núcleo” inicial do material de estudo; depois, tendo por base este núcleo, deduzem as diversas particularidades do material dado) [...].

Foi com este intuito que a próxima atividade de estudo foi proposta, fazer com que os alunos conseguissem visualizar os conceitos e aplicá-los em figuras diferentes daquelas vistas nas tarefas anteriores, neste caso, os triângulos retângulo, acutângulo e obtusângulo.

#### 4.7.4 Atividade 4

Após uma breve revisão da aula anterior, o professor fez a seguinte interrogação:

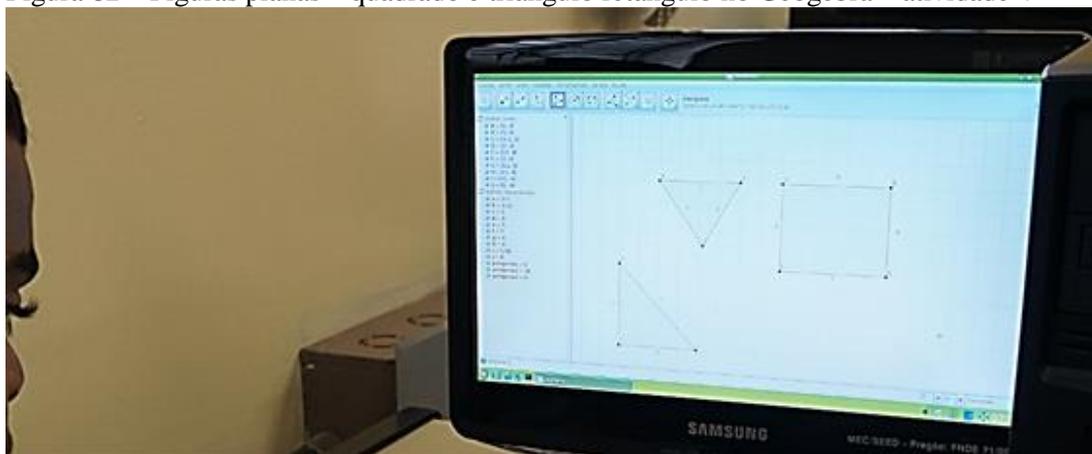
**Professor:** *Para se calcular a área de outro tipo de polígono, por exemplo, o triângulo, a metodologia utilizada para o quadrado também é adequada?*

Alguns alunos responderam que sim, a mesma metodologia serve para outras figuras planas. Outros discordaram e disseram que cada figura plana tem uma forma de cálculo da sua área.

**Professor:** *Vamos fazer alguns testes?*

Neste momento foi solicitado que os alunos fizessem um quadrado e, ao lado, um triângulo retângulo com as medidas da base e da altura iguais às do quadrado. A figura a seguir mostra as figuras construídas por um dos alunos.

Figura 82 – Figuras planas – quadrado e triângulo retângulo no Geogebra – atividade 4



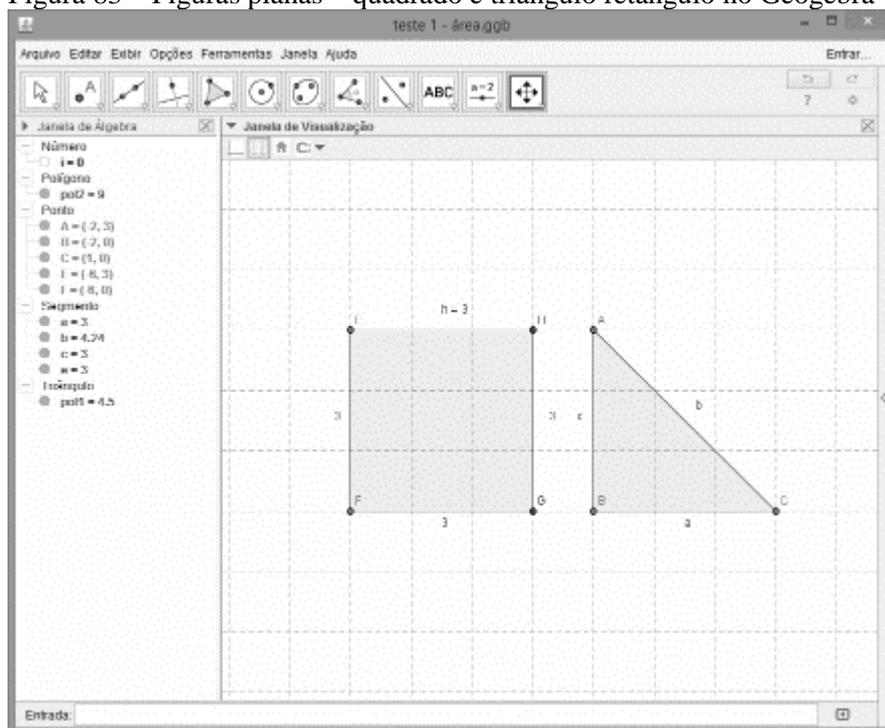
Fonte: Tirada pelo pesquisador, 2014.

A figura a seguir foi projetada pelo professor para que toda a turma interagisse e discutisse sobre os questionamentos. Para Ponte *et al* (2013, p. 36):

O professor precisa estar atento a todo este processo de formulação e teste de conjecturas, para garantir que os alunos vão evoluindo na realização de investigações. Deste modo, cabe-lhe colocar questões aos alunos que os estimulem a olhar em outras direções e os façam refletir sobre aquilo que estão a fazer.

Para que este fato acontecesse o professor fez alguns questionamentos de forma que estimulasse os alunos a participarem das atividades e tivessem interesse em responder as perguntas.

Figura 83 – Figuras planas – quadrado e triângulo retângulo no Geogebra – atividade 4



Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

**Professor:** *Qual a área deste triângulo?*

Os alunos permaneceram em silêncio e, mais uma vez, o professor teve que fazer uma pergunta mais pontual para que os alunos conseguissem identificar a relação entre as duas figuras.

**Professor:** Como mesmo se calcula a área de um quadrado?

**Aluno 1:** É só multiplicar a quantidade de quadrinhos que tem embaixo pela quantidade que tem pra cima.

**Professor:** *Muito bem!! Qual a relação da área deste triângulo com a área do quadrado?*

**Aluno 2:** *É a metade!!!!*

**Professor:** *Muito bem!! Então como fazemos para calcular sua área?*

**Aluno 2:** *É só dividir a altura e a base por dois!!!!*

O aluno teve o raciocínio correto, porém não conseguiu expressar a forma correta da expressão.

**Professor:** *Como assim? Dividir a base e a altura por dois? Explique melhor.*

**Aluno 3:** *Depois que achar a área do quadrado é só dividir por dois!!!!*

**Professor:** *Muito bem!! Isso mesmo. Então, como ficaria a fórmula para se calcular a área deste triângulo?*

**Aluno 4:** *Multiplica a base vezes a altura e divide por dois, é assim professor?*

**Professor:** *Isso mesmo. Muito bom. Todos conseguiram identificar esta fórmula?*

**Alunos:** *Sim.*

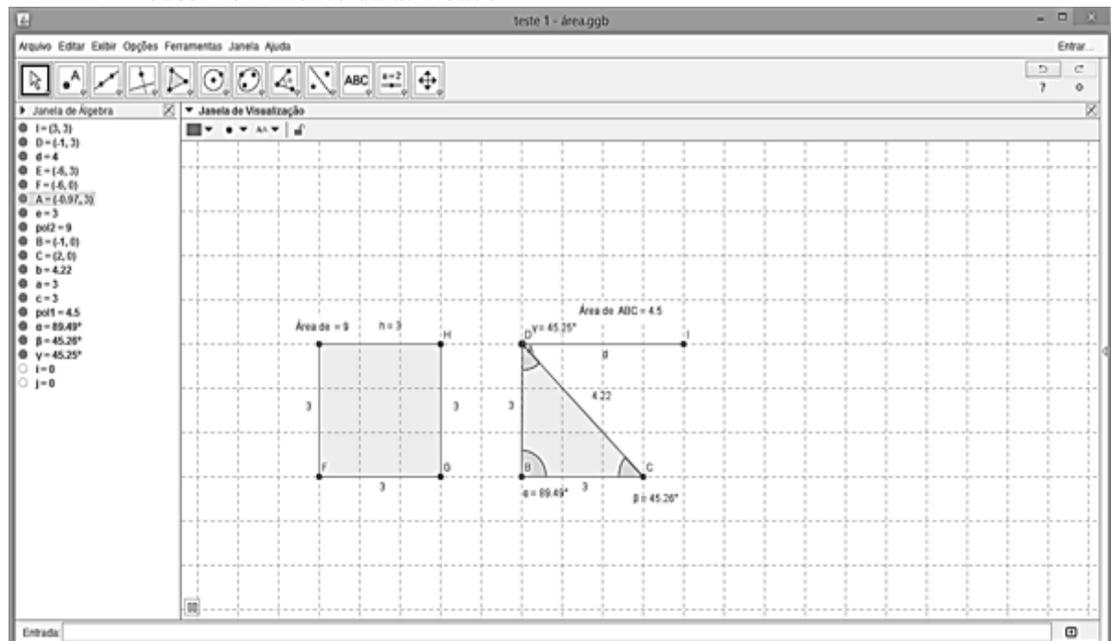
**Professor:** *Com outros triângulos também dá certo? Com o triângulo acutângulo e com o obtusângulo essa fórmula também funciona?*

**Alunos:** *Que é isso? Triângulo acutângulo e obtusângulo?*

Após este questionamento foi feita uma revisão acerca destes dois tipos de triângulos.

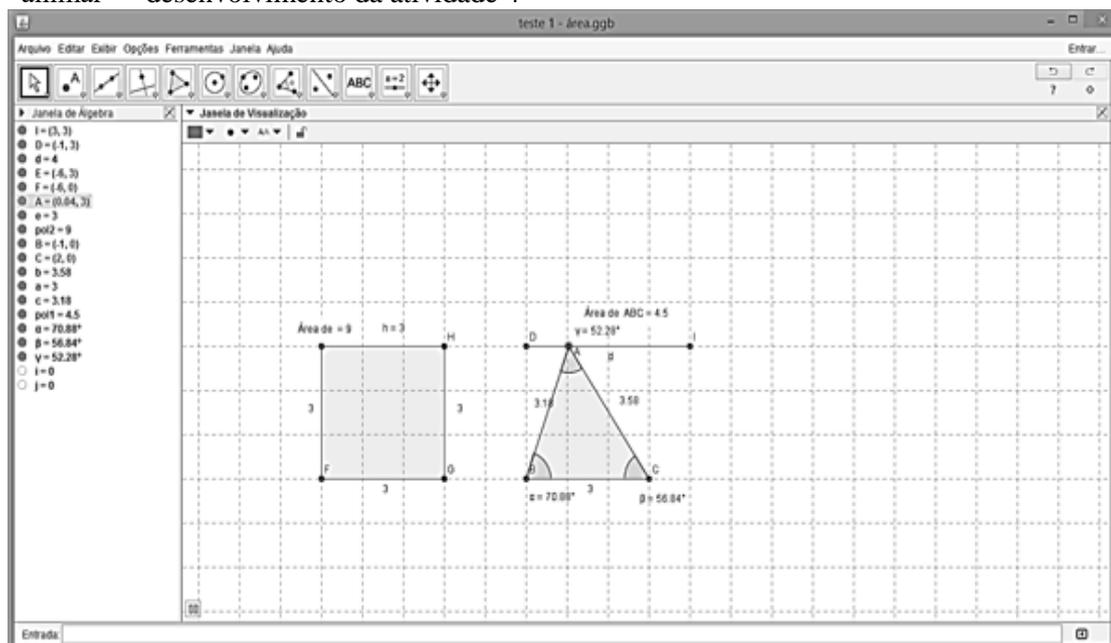
Utilizando as figuras já construídas, o quadrado e o triângulo retângulo, um segmento de reta maior que a base do triângulo foi inserida no triângulo e seu vértice foi vinculado a este segmento para que o ponto caminhasse por ele e transformasse o triângulo em acutângulo e obtusângulo, conforme ilustra a figura a seguir.

Figura 84 – Figuras planas – quadrado e triângulo retângulo no Geogebra com a função “animar” – desenvolvimento da atividade 4



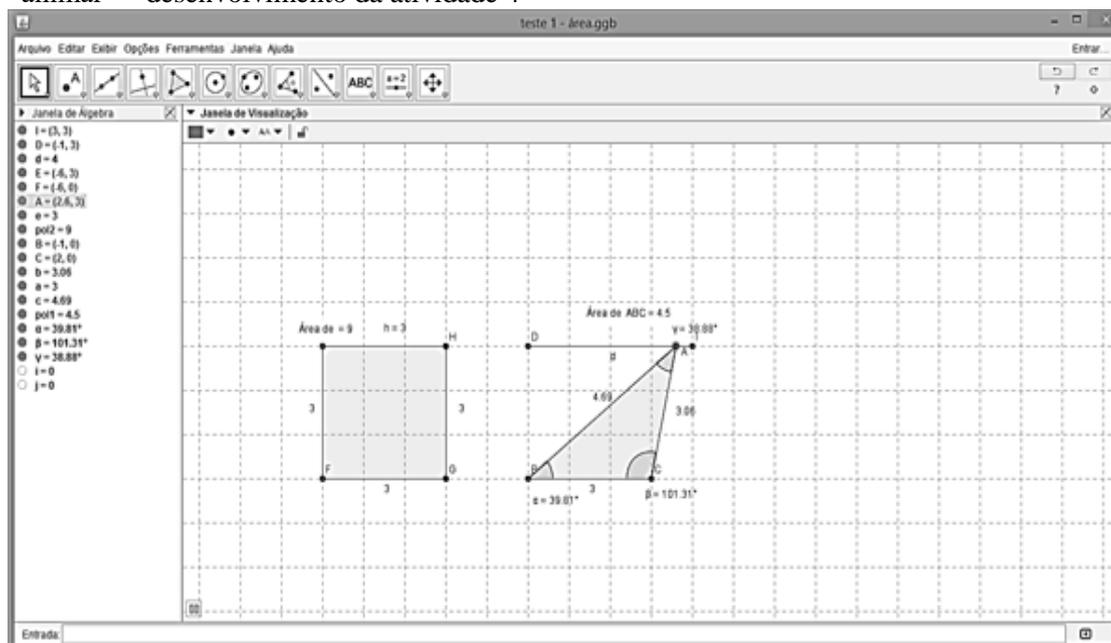
Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

Figura 85 – Figuras planas – quadrado e triângulo acutângulo no Geogebra com a função “animar” – desenvolvimento da atividade 4



Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

Figura 86 – Figuras planas – quadrado e triângulo obtusângulo no Geogebra com a função “animar” – desenvolvimento da atividade 4



Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

Esta etapa foi construída apenas pelo professor, já que o formato do *software* Geogebra instalado nas máquinas do LIE da escola estava desatualizado e não contava com esta função de vincular o ponto (vértice) ao segmento. Os alunos, ao observarem que a área do triângulo não se alterava conforme o vértice caminhava sobre o segmento e o triângulo passava de retângulo para acutângulo e para obtusângulo concluíram que a fórmula de se calcular a área de triângulos por meio da divisão da fórmula do quadrado por dois funcionava para qualquer

triângulo. Cabe salientar que a área do triângulo não se alterou, pois o valor da base e da altura do triângulo continuou a mesma em relação à base e à altura do quadrado.

**Professor:** *Como fizemos anteriormente, vamos fazer uma fórmula para calcular a área do triângulo? Alguém tem alguma ideia de como faremos isso?*

**Aluno 1:** *É fácil, é só dividir a área que achamos para o quadrado por dois. Não é isso professor?*

**Professor:** *Todos concordam com a ideia do colega?*

**Alunos:** *Sim!!!*

**Professor:** *Então como fica a fórmula para calcular a área do triângulo?*

**Aluno 3:** *O valor da base vezes o valor da altura e depois divide por dois, que é a metade da área do quadrado.*

**Professor:** *Isso mesmo, então a fórmula fica  $a = \frac{b \cdot h}{2}$ .*

Neste momento o professor expôs novamente no quadro a fórmula e explicou o que significa cada letra.

Em um outro momento, foi solicitado que os alunos construíssem figuras planas que estão presentes em seu cotidiano e calculassem a área de acordo com o que foi estudado anteriormente. As figuras foram variadas, pois dependeu da criatividade de cada aluno. Também foi solicitado que explicassem qual a unidade de medida seria mais conveniente para a figura construída.

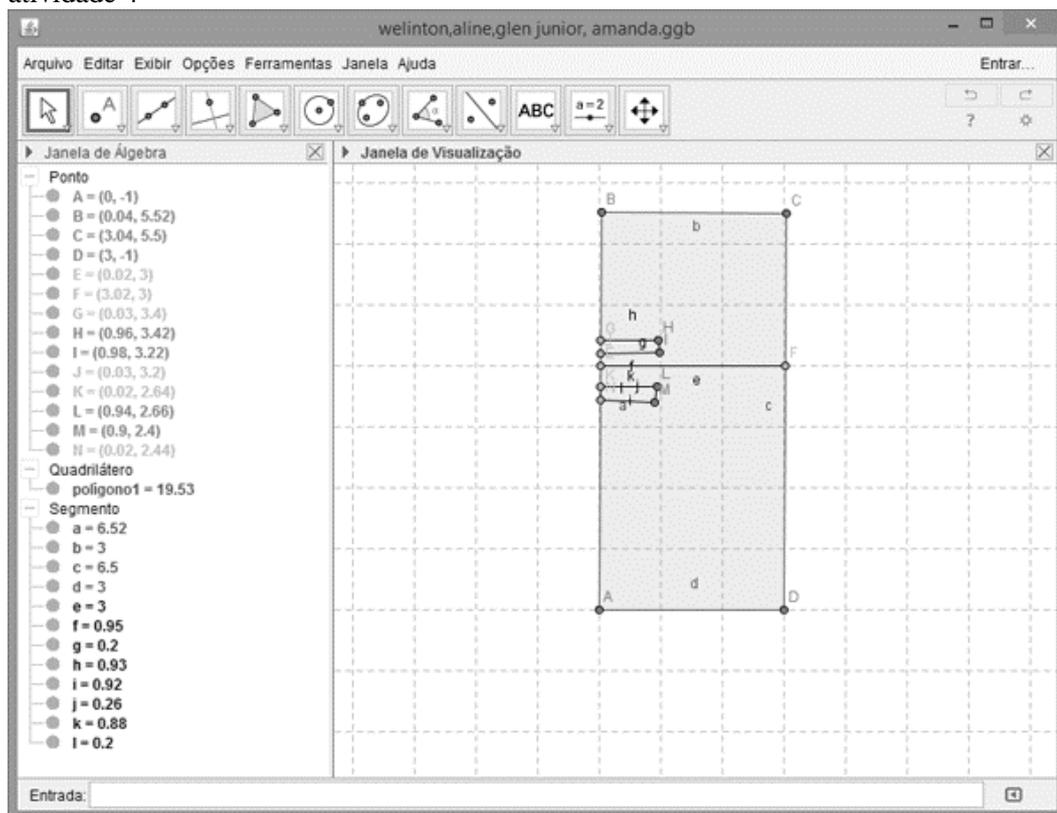
As figuras a seguir mostram que os alunos conseguiram desenvolver seu pensamento científico ao reproduzirem mentalmente elementos concretos que têm contato. Esta etapa é definida por Davydov (1986, p. 81) como sendo “a reprodução teórica do concreto real como unidade do diverso” que “se realiza pelo procedimento de ascensão do abstrato ao concreto”.

Além disso, o autor ainda coloca que:

Durante a solução da tarefa escolar os alunos identificam a origem do “núcleo” do objeto integral estudado e, utilizando-a, reproduzem mentalmente este objeto. Com isso, ao resolver a tarefa escolar, as crianças completam uma espécie de micro-ciclo de ascensão do abstrato ao concreto como meio de assimilação dos conhecimentos teóricos.

Os alunos 1, 2 e 3 construíram uma geladeira, identificaram que a melhor unidade de medida seria o metro quadrado “*por causa do seu tamanho*”. Explicaram que colocaram a parte superior na metade da malha para ficar mais difícil calcular a área já que tinha só a metade do quadradinho.

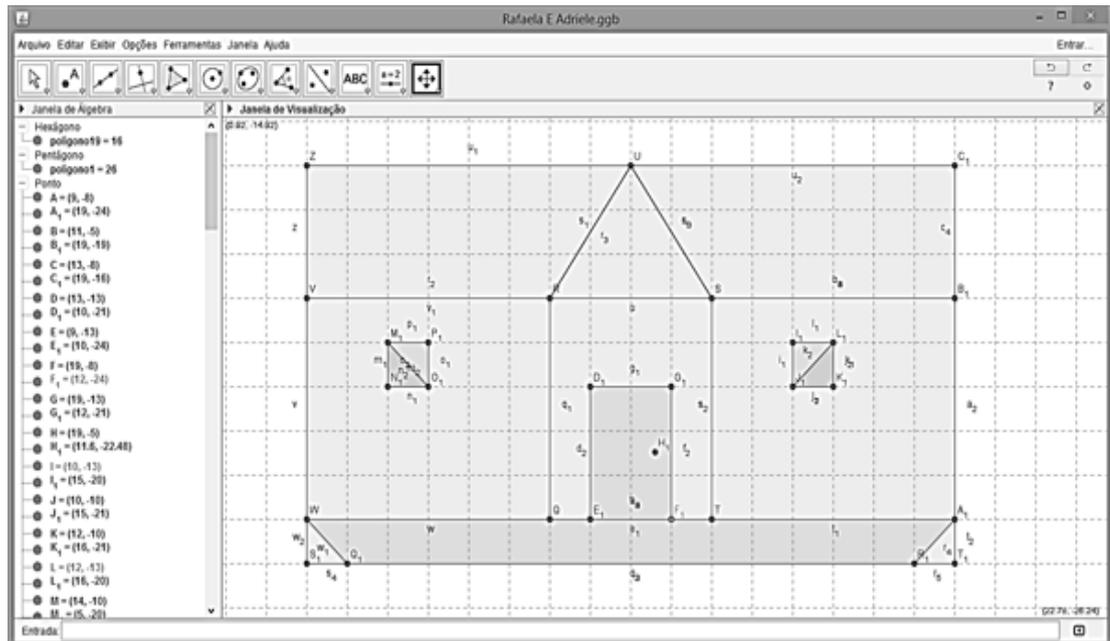
Figura 87 – Figuras planas relacionadas ao cotidiano dos alunos – geladeira – Geogebra – atividade 4



Fonte: Construída pelo aluno da pesquisa, 2014.

As alunas 4 e 5, fizeram uma igreja. Definiram que a unidade de medida ideal seria o metro quadrado pois as paredes eram muito grandes para usar o centímetro quadrado e pequenas demais para usar o quilômetro quadrado. Utilizaram vários recursos e figuras diferenciadas como o triângulo, o retângulo e o quadrado.

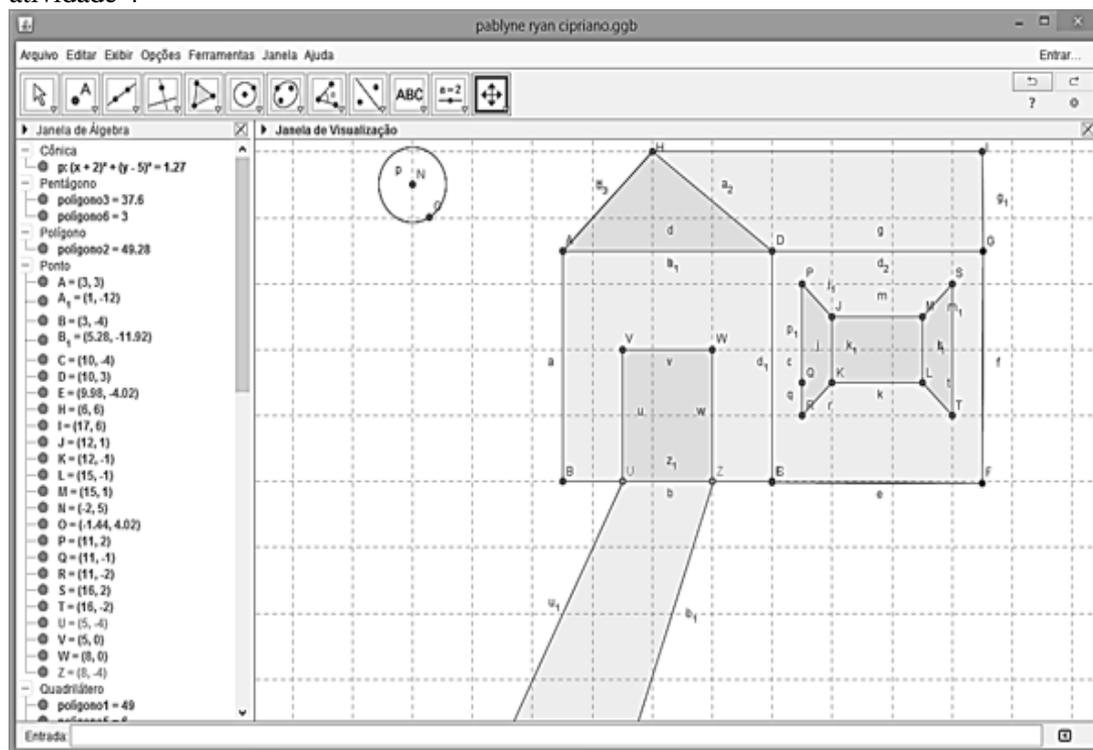
Figura 88 – Figuras planas relacionadas ao cotidiano dos alunos – igreja – Geogebra – atividade 4



Fonte: Construída pelo aluno da pesquisa, 2014.

Os alunos 6, 7 e 8 fizeram uma casa. Exploram bastante as funções do Geogebra ao construírem o telhado, a janela aberta, o corredor de entrada e o sol. Como nos outros dois casos, também conseguiram definir a unidade de medida ideal sendo o metro quadrado. O interessante é que não conseguiram definir qual a unidade de medida seria utilizada para medir o sol que construíram, pois não sabiam ao certo o seu tamanho e, com isso, queriam apagá-lo do desenho. Então foi explicado que seu tamanho é muitas vezes maior do que a terra e que a medida ideal seria o quilômetro quadrado (tem 696.342 quilômetros de raio).

Figura 89 – Figuras planas relacionadas ao cotidiano dos alunos – casa – Geogebra – atividade 4



Fonte: Construída pelo aluno da pesquisa, 2014.

Estas atividades demonstraram que os alunos conseguiram internalizar as características essenciais do objeto de estudo. Davydov (1986, p. 95) explica que:

Consequentemente, é totalmente aceitável usar o termo “conhecimento” para designar tanto o resultado do pensamento (o reflexo da realidade), quanto o processo pelo qual se obtém esse resultado (ou seja, as ações mentais). ‘Todo conceito científico é, simultaneamente, uma construção do pensamento e um reflexo do ser’. Deste ponto de vista, um conceito é, ao mesmo tempo, um reflexo do ser e um procedimento da operação mental.

Desta forma, se pode verificar que os alunos se apropriaram dos conceitos estudados de forma que conseguiram concretizar por meio das figuras construídas no Geogebra elementos reais que estavam presentes somente no pensamento.

Após a internalização dos alunos acerca das equações de cálculo de área e perímetro, o professor concluiu a história da Geometria, especificamente do cálculo de figuras planas. As figuras a seguir representam os slides que foram apresentados aos alunos.

Figura 90 – Apresentações referentes à conclusão da história da Geometria

**Cálculo da Área de superfícies**  
 Alguns sacerdotes, ao observar os trabalhadores pavimentando com **mosaicos quadrados** uma **superfície retangular**, notou que para conhecer o total de mosaicos, bastava **contar os de uma fileira e repetir este número tantas vezes quantas fileiras houvesse**, daí nasceu a fórmula da área do retângulo (quadrado).

**Cálculo da Área de superfícies**

Fórmulas:  
 → Área do quadrado (retângulos):  
 $a = b \cdot h$   
 → Área dos triângulos:  
 $a = \frac{b \cdot h}{2}$

Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2014.

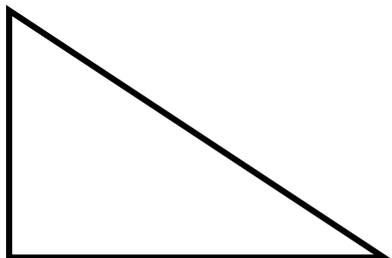
Neste momento os alunos confirmaram as conjecturas que haviam formulado no momento das resoluções das atividades de estudo. Esta etapa, para Libâneo e Freitas (2013, p. 344) está relacionada ao momento em que as atividades de estudo levam os alunos “[...] a formarem, ativamente, novo nível de desenvolvimento de suas capacidades intelectuais e não simplesmente a adaptarem-se ao nível de desenvolvimento presente, já formado”.

#### 4.7.5 Atividade 5

Davydov (1986, p. 118) “quando as crianças já desenvolveram o modo geral de solução da tarefa de aprendizagem pode se exigir deles que o apliquem no contexto de problemas particulares de natureza prática”. A partir desta afirmação, esta atividade foi elaborada de forma que os alunos resolvessem problemas reais utilizando os conceitos estudados e que foram internalizados por meio das atividades realizadas anteriormente.

A turma foi dividida em dois grupos para que estes discutissem sobre a melhor forma de resolver o problema dado. Os problemas eram os seguintes:

**Problema 1:** A prefeitura irá construir uma praça e necessita de ajuda de uma pessoa com conhecimento matemático para calcular a área onde a grama será plantada. Esta área será triangular, conforme a figura a seguir:



Sabendo-se que será plantada uma área de 8 metros quadrados de grama, qual deverá ser o comprimento da base e da altura desta área que tem a forma de um triângulo retângulo?

**Problema 2:** Uma pessoa irá construir uma horta. Os canteiros onde as alfaces serão plantadas deverão ter uma área igual a 24 metros quadrados. Quantos metros devem ter os lados do canteiro? Este canteiro poderia ser quadrado?



ou



Após o tempo determinado para a resolução das tarefas, os alunos já haviam chegado às suas conclusões. O trabalho em grupo mostrou que diferentes pontos de vista causam atritos, quando um aluno não concordava com a metodologia utilizada pelo colega pedia a folha com o problema e se fechava com seu grupo menor para tentar resolver a questão, como mostra a figura a seguir. Foi entregue apenas uma folha com a descrição do problema para cada grupo para verificar como seria a interação dos alunos no momento da análise do problema. Ponte *et al* (2013, p. 33) afirma que “é somente quando se dispõem a registrar as suas conjecturas que os alunos se confrontam com a necessidade de explicitarem as suas ideias e estabelecerem consensos e um entendimento comum quanto às suas realizações”.

Figura 91 – Trabalho em grupo – atividade 5



Fonte: Tirada pelo pesquisador, 2014.

Um aluno decidiu tentar a resolução sozinho pois não concordava com as formas que os demais colegas se portavam para resolver a questão, conforme mostra a figura 91 a seguir. Não conseguindo resolver, voltou para o grupo e explicou como havia tentado resolver o problema e com o auxílio dos demais colegas conseguiram chegar à resolução.

Figura 92 – Trabalho em grupo problemas de relacionamento – resolução da atividade individualmente – atividade 5



Fonte: Tirada pelo pesquisador, 2014.

O grupo um trabalhou com maior união para tentar solucionar o problema, as discussões foram frequentes, mas não houveram atritos entre os colegas.

Figura 93 – Trabalho em grupo – atividade 5



Fonte: Tirada pelo pesquisador, 2014.

Os momentos de discussão no final da proposta são muito importantes para que os alunos pensem individualmente suas conjecturas e a forma como trabalharam. Para Ponte *et al* (2013, p. 41) “a fase de discussão é, pois, fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação”.

Sobre as discussões entre os alunos, Vygotsky *apud* Davydov (1986, p. 141) afirma que “as funções primeiramente se constituem inicialmente no coletivo, na forma de relações entre as crianças e depois se transformam em funções mentais da personalidade [indivíduo]”. Esta ascensão está relacionada ao caminho que o pensamento realiza do social para o individual no momento em que a interação entre as pessoas acontecem.

Alguns alunos foram chamados a frente para representar todo o grupo e explicarem como resolveram os problemas, conforme mostram as figuras 94 e 95 a seguir.

Figura 94 – Apresentação da resolução dos problemas – atividade 5



Fonte: Tirada pelo pesquisador, 2014.

Figura 95 – Apresentação da resolução dos problemas – atividade 5



Fonte: Tirada pelo pesquisador, 2014.

O grupo responsável pelo primeiro problema teve dificuldades para encontrar os valores referentes a base e a altura. Não conseguiram identificar um método de cálculo que

encontrasse o valor resultante da divisão por dois. Conforme mostra a figura 96 a seguir, o professor interferiu no trabalho do grupo e explicou uma forma que poderia ser utilizada e, a partir daí, conseguiram chegar ao resultado.

Figura 96 – Auxílio do professor na resolução do problema de um dos grupos – atividade 5

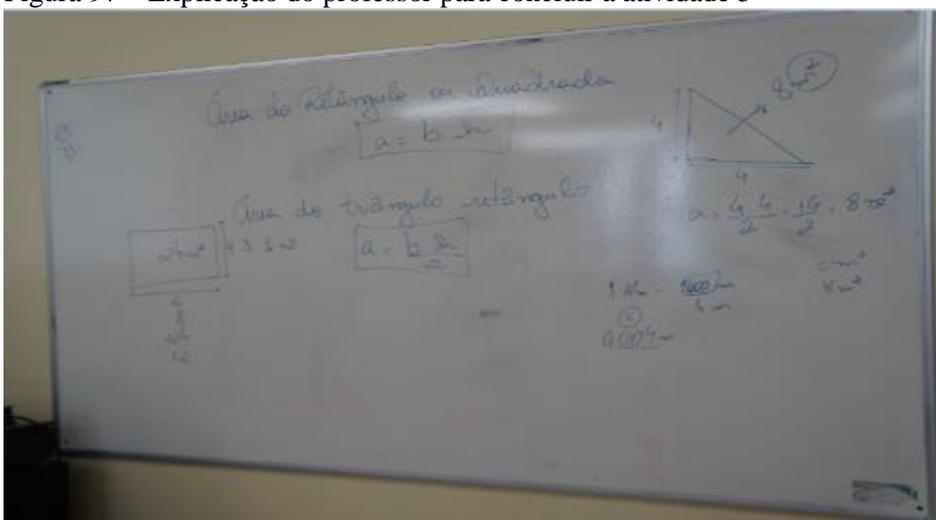


Fonte: Tirada pelo pesquisador, 2014.

O grupo responsável pelo segundo problema resolveu rapidamente a tarefa. Além de encontrarem um valor satisfatório, mostraram que teriam mais valores que poderiam ser utilizados.

A figura 97 a seguir mostra a explicação feita pelo professor após os alunos explanarem seus resultados.

Figura 97 – Explicação do professor para concluir a atividade 5



Fonte: Tirada pelo pesquisador, 2014.

Durante a resolução das tarefas propostas, os alunos conseguiram atingir o núcleo do objeto de estudo, identificando suas particularidades. A resolução de atividades de estudo estruturadas desta forma fazem com que o pensamento dos alunos faça a ascensão do geral para o particular, conseguindo resolver problemas específicos que dependem de tais ferramentas de mediação para serem resolvidos. Davydov (1986, p. 97) explica que:

[...] quando resolvem a tarefa de aprendizagem, eles dominam inicialmente o procedimento geral de solução de tarefas particulares. A solução da tarefa escolar é importante “não apenas para o caso particular dado, mas para todos os casos do mesmo tipo. Neste ponto, o pensamento dos escolares se move do geral ao particular.

Além disso, o autor aponta que “o professor as ajuda até certo momento, mas gradualmente os alunos adquirem as capacidades correspondentes (é nesse processo justamente que se forma neles a atividade de aprendizagem autônoma, isto é, a capacidade de aprender)” (DAVYDOV, 1986, p 99).

Para que as atividades de estudo tenham um resultado satisfatório e que os alunos se apropriem dos conceitos, Libâneo e Freitas (2013, p. 333) afirmam que “o professor deve estruturar e organizar a atividade de estudo de forma que os alunos consigam criar abstrações e generalizações conceituais, sendo capaz de utilizá-las na análise e solução de problemas específicos da realidade envolvendo o objeto”. Além disso, para que os alunos consigam identificar a ideia nuclear do objeto, os autores apontam que “[...] para chegar ao conceito do objeto, o pensamento do aluno segue o caminho da abstração e generalização. Seu pensamento precisa realizar o trânsito e as transformações do objeto desde sua manifestação abstrata até sua manifestação concreta [...]” (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 335).

Assim que os alunos conseguiram encontrar os valores resultantes da resolução dos problemas, uma característica do Ensino Desenvolvimental de Davydov se apresenta, pois o autor afirma que “a passagem do geral ao particular se realiza não só concretizando o conteúdo das abstrações iniciais, mas também substituindo-se os símbolos expressos pelas letras por símbolos numéricos concretos” (DAVYDOV, 1986, p. 118).

Finalizando a aplicação da proposta, foi solicitado que os alunos respondessem os seguintes questionamentos no Caderno de Anotações:

i) Como foi o trabalho em grupo e como auxiliaram os demais colegas para chegarem ao resultado final? As respostas mostraram que a interação foi positiva, já que o auxílio de colegas mais capacitados fez com que a maioria dos alunos conseguissem formar os conceitos que foram abordados.

ii) Vocês acham que a Matemática está presente em seu dia-a-dia? Alguns alunos conseguiram desenvolver uma melhor capacidade de ver como a Matemática está presente no seu cotidiano. As respostas foram:

Figura 98 – Relato 7 referente ao questionário final

1- Vocês acham que a matemática está presente em seu dia-a-dia? sim. Em casa ou na escola sempre tem uma conta seja de +, ÷, x ou até - e +, sempre tem

Fonte: Aluno da pesquisa, 2014.

Quadro 9 – Descrição do relato 7 do questionário final

1 – Vocês acham que a Matemática está presente em seu dia-a-dia? Sim. Em casa ou na escola sempre tem uma conta seja de +, ÷, × ou até - e +, sempre tem.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2014.

Figura 99 – Relato 8 referente ao questionário final

Vocês acham que a matemática está presente em seu dia-a-dia. Sim, porque ela é uma matemática criativa e muito boa.

Fonte: Aluno da pesquisa, 2014.

Quadro 10 – Descrição do relato 8 do questionário final

Vocês acham que a Matemática está presente em seu dia-a-dia? Sim. Porque ela é uma Matemática criativa e muito boa.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2014.

Figura 100 – Relato 9 referente ao questionário final

Você acha que a matemática está presente no seu dia a dia? Sim Porque gente usa ela diariamente

Fonte: Aluno da pesquisa, 2014.

Quadro 11 – Descrição do relato 9 do questionário final

Vocês acham que a Matemática está presente em seu dia-a-dia? Sim. Porque a gente usa ela diariamente.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2014.

Figura 101 – Relato 10 referente ao questionário final

Vocês acham que a matemática está presente em seu dia-a-dia? Sim, porque tudo que eu faço eu uso a matemática

Fonte: Aluno da pesquisa, 2014.

Quadro 12 – Descrição do relato 10 do questionário final

Vocês acham que a Matemática está presente em seu dia-a-dia?  
Sim, porque tudo que eu faço eu uso a Matemática.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2014.

Alguns alunos, conforme mostra a figura a seguir, não conseguiram mudar a concepção de que a Matemática só é utilizada na escola ou relacionando com o dinheiro.

Figura 102 – Relato 11 referente ao questionário final

1) Sim; porque ela me ajuda a contar dinheiro

Fonte: Aluno da pesquisa, 2014.

Quadro 13 – Descrição do relato 11 do questionário final

1) Vocês acham que a Matemática está presente em seu dia-a-dia? Sim; porque ela me ajuda a contar dinheiro.

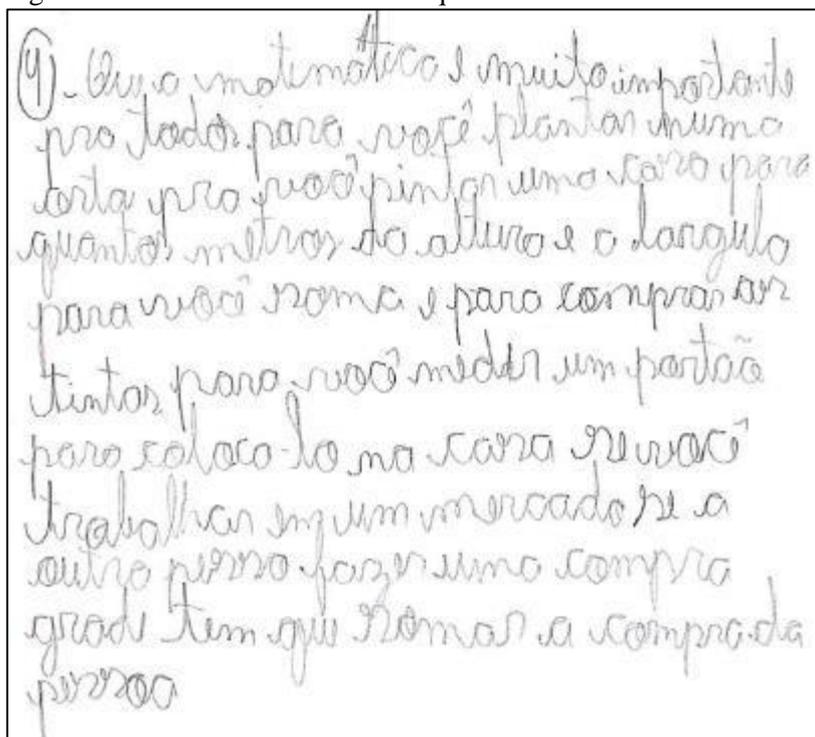
Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2014.

iii) Qual a importância da Matemática para a vida das pessoas? iv) Você utiliza a Matemática em algum lugar? Da mesma maneira que as respostas anteriores, os alunos demonstraram que visualizam a Matemática de forma mais abrangente e sua utilidade para a

sociedade. A minoria dos alunos demonstrou que não conseguem vislumbrar esta disciplina além da escola e dos princípios básicos de contagem, relacionando-a com o dinheiro e com os estudos.

v) Qual a grande importância da Matemática para você? Os dois relatos a seguir mostram o contraste entre dois alunos. Um deles descreve amplamente o uso da Matemática, relacionando com a profissão de seu pai e com outras coisas. Outro, o mesmo que fez o desenho da morte representando a Matemática no questionário inicial, expressando que a Matemática não tem nenhuma utilidade.

Figura 103 – Relato 12 referente ao questionário final



9) A matemática é muito importante pra todos, pra você plantar uma horta pra você pintar uma casa pra quantos metros de altura e a largura pra você somar e pra comprar as tintas pra você medir um portão pra colocá-lo na casa se você trabalhar em um mercado se a outra pessoa fazer uma compra grande tem que somar a compra da pessoa

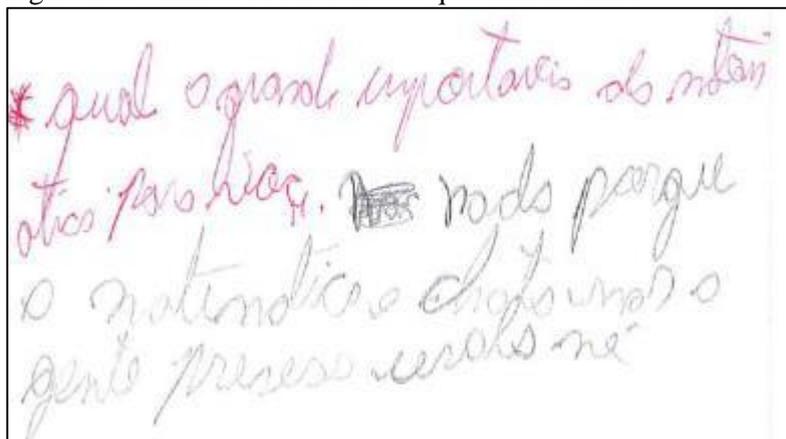
Fonte: Aluno da pesquisa, 2014.

Quadro 14 – Descrição do relato 12 do questionário final

Que a Matemática é muito importante pra todos, pra você plantar uma horta, pra você pintar uma casa para quantos metros da altura e a largura para você somar e para comprar as tintas, para você medir um portão para colocá-lo na casa, se você trabalhar em um mercado se a outra pessoa fazer uma compra grande tem que somar a compra da pessoa.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2014.

Figura 104 – Relato 13 referente ao questionário final



Fonte: Aluno da pesquisa, 2014.

Quadro 15 – Descrição do relato 13 do questionário final

Qual a grande importância da Matemática para você? Nada porque a Matemática é chata mas a gente precisa usá-la né.
--

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2014.

A maioria dos alunos conseguiu demonstrar que a Matemática é importante de forma mais abrangente, conseguindo fazer relações mais pontuais. Poucos alunos não conseguiram fazer esta relação.

Efetuar esta relação é importante para visualizar como o pensamento teórico-científico é formado. Pois Davydov (1988, p. 80) afirma que:

Se este objeto é examinado em si mesmo, fora de certo sistema e da relação com outros objetos, pode converter-se em conteúdo do pensamento empírico. Se o mesmo objeto é analisado dentro de certa concretude e só aqui revela suas verdadeiras particularidades, se converterá em conteúdo do pensamento teórico.

Esta relação é formada de acordo com a capacidade dos alunos de identificarem em outros objetos, características essenciais que foram internalizadas nos objetos de estudo. O autor ainda firma que:

[...] se o fenômeno ou objeto é tomado em unidade com o todo, se é examinado na sua relação com outras manifestações, com sua essência, com a origem universal (lei), trata-se de um conhecimento concreto, mesmo que seja expresso com a ajuda dos signos e símbolos mais “abstratos” e “convencionais”.

A concretude dos conceitos estudados foi exposta de várias maneiras pelos alunos, nos desenhos relacionados com os objetos de seu contexto, nas escritas sobre a utilização da Matemática e nas suas ações com os colegas durante a aplicação da proposta.

É importante destacar que esta relação dos objetivos centrais dos conceitos com a realidade expressada por cada aluno foi pela interferência da atividade de estudo estruturada

nas características da Teoria do Ensino Desenvolvimental, pois Libâneo e Freitas (2006, pp. 3-4):

A atividade mediatiza a relação entre o homem e a realidade objetiva. O homem não reage mecanicamente aos estímulos do meio, ao contrário, pela sua atividade, põe-se em contato com os objetos e fenômenos do mundo circundante, atua sobre eles e transforma-os, transformando também a si mesmo.

Esta é a função primordial da atividade de estudo, proporcionar aos alunos a possibilidade de visualizar os conteúdos estudados na escola na realidade em que estão inseridos, de forma que consigam interferir de forma criativa.

#### **4.8 Processo de internalização**

Para explicar o processo de internalização ocorrido durante a aplicação das atividades de estudo, seguem algumas transformações que devem ocorrer para garantir que este processo realmente aconteça. Para Vygotsky (2008, p. 41)

[...] o processo de internalização consiste numa série de transformações:

- a) Uma operação que inicialmente representa uma atividade externa é reconstruída e começa a ocorrer internamente. É de particular importância para o desenvolvimento dos processos mentais superiores a transformação da atividade que utiliza signos, cuja história e características são ilustradas pelo desenvolvimento da inteligência prática, da atenção voluntária e da memória.
- b) Um processo interpessoal é transformado num processo intrapessoal. Todas as funções no desenvolvimento da criança aparecem duas vezes: primeiro, no nível social, e, depois, no nível individual; primeiro, entre pessoas (interpsicológica), e, depois, no interior da criança (intrapicológica). Isso se aplica igualmente para a atenção voluntária, para a memória lógica e para a formação de conceitos. Todas as funções superiores originam-se das relações reais entre indivíduos humanos.
- c) A transformação de um processo interpessoal num processo intrapessoal é o resultado de uma longa série de eventos ocorridos ao longo do desenvolvimento. O processo, sendo transformado, continua a existir e a mudar como uma forma externa de atividade por um longo período de tempo, antes de internalizar-se definitivamente. Para muitas funções, o estágio de signos externos dura para sempre, ou seja, é o estágio final do desenvolvimento.

Como citado anteriormente, os alunos conseguiram internalizar os conceitos dos cálculos de área e perímetro de figuras planas, especificamente o quadrado, o retângulo e os triângulos (retângulo, acutângulo e obtusângulo). Além das transformações citadas por Vygotsky as quais foram identificadas na aplicação das atividades, para evidenciar que os alunos conseguiram internalizar os conceitos estudados, alguns aportes teóricos acompanhados de momentos que demonstram este processo durante a aplicação das atividades serão expostos.

De acordo com o que se concluiu por meio dos estudos efetuados sobre as atividades embasadas na Teoria Histórico-cultural e no Ensino Desenvolvimental, constatou-se que um ensino satisfatório é aquele que faz com que o aluno se desenvolva cognitivamente. Em outras

palavras, é o ensino que leva o aluno a um novo nível de desenvolvimento acerca dos conceitos estudados.

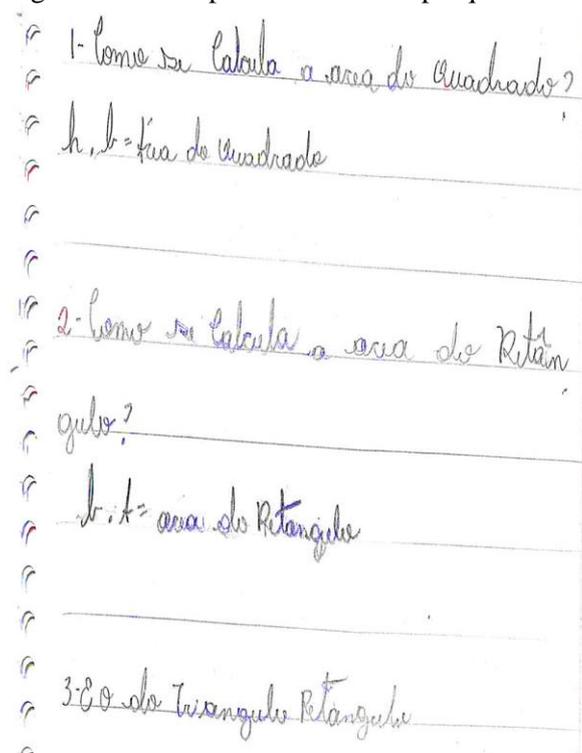
Sendo assim, este processo de desenvolvimento acontece quando o aluno consegue internalizar o conceito do objeto de estudo de modo que possa utilizá-lo como ferramenta para solucionar problemas que envolvam este objeto. Um fator importante para que este processo se concretize é a mediação efetuada pelo professor durante as atividades de estudo.

Quanto a isso, Soares (2007, p. 38) parafraseando Vygotsky (1998) coloca que

[...] No processo de mediação, o adulto usa ferramentas culturais (linguagem e outros meios), o que resulta num processo de internalização, no qual a criança domina e se apropria dos instrumentos culturais como os conceitos, as idéias, a linguagem, os conteúdos e significados, passando a atribuir-lhes um sentido pessoal.

Isto posto, para que os alunos conseguissem resolver os problemas práticos elaborados de acordo com o meio social em que estão inseridos, eles precisavam conseguir organizar por si mesmos as possíveis respostas para os problemas. As afirmações que serão expostas a seguir mostram que os alunos conseguiram atingir o núcleo do objeto de estudo que são as regras para se calcular as áreas dos quadrados, retângulos e triângulos. Quando questionados sobre as formas de se calcular estas áreas, a maioria dos alunos responderam corretamente o método de resolução, conforme mostrado nas figuras 105, 106 e 107 a seguir.

Figura 105 – Resposta de aluno da pesquisa.



h: B.  
 2  
 4. a forma base para qualquer  
 triangulo?  
 Sim.

Fonte: Aluno da pesquisa, 2014.

Figura 106 – Resposta de aluno da pesquisa.

Data = 06/11/2014  
 Q: Como se calcula a área do quadrado? A: ~~tem que multi-  
 plicar o altura e a base~~  
 Q: Como se calcula a área do retângulo? ~~multiplique a  
 base e a altura~~  
 Q: E do triângulo retângulo?  
 tem que dividir

Fonte: Aluno da pesquisa, 2014.

Figura 107 – Resposta de aluno da pesquisa.

# Como se calcula a área do quadrado?  
 Multiplicando base x altura.  
 # Como se calcula a área do retângulo?  
 base x altura  
 # E do triângulo retângulo?  
 metade do quadrado, altura x base / 2

Fonte: Aluno da pesquisa, 2014.

Como os alunos conseguiram identificar a essência do objeto, o qual é um pressuposto de Davydov para que o desenvolvimento cognitivo aconteça, os problemas práticos e contextualizados foram aplicados de forma que o objeto de estudo fosse utilizado para tal resolução. Assim sendo, em grupo e com bastante participação de todos, os alunos conseguiram chegar a resultados satisfatórios, podendo verificar que realmente conseguiram internalizar os conceitos que haviam sido estudados. Confirmando a citação anterior e o processo de resolução dos alunos, Vygotsky (2008, p. 20) coloca que:

A maior mudança na capacidade das crianças para usar a linguagem como um instrumento para a solução de problemas acontece um pouco mais tarde no seu desenvolvimento, no momento em que a fala socializada (que foi previamente utilizada para dirigir-se a um adulto) é internalizada. Ao invés de apelar para o adulto, as crianças passam a apelar a si mesmas; a linguagem passa, assim, a adquirir uma função intrapessoal além do seu uso interpessoal.

Além disso, Vera John-Steiner e Ellen Souberman (2008, p. 80) (*In: Posfácio: Formação social da mente*) demonstram que

A criança consegue internalizar os meios de adaptação social disponíveis a partir da sociedade em geral através de signos. Para Vygotsky, um dos aspectos essenciais do desenvolvimento é a crescente habilidade da criança no controle e direção do próprio comportamento, habilidade tornada possível pelo desenvolvimento de novas formas e funções psicológicas e pelo uso de signos e instrumentos nesse processo.

Em relação ao processo de internalização de um conteúdo, Libâneo (2009, p. 20) reforça que “[...] na aprendizagem de um conteúdo científico, importa mais o domínio do processo de origem e desenvolvimento de um objeto de conhecimento do que o domínio apenas do seu conteúdo formal”.

Assim sendo, pode-se concluir que o aluno internaliza certo conceito no momento em que consegue aplicá-lo em algum momento em que se faz necessária sua utilização para resolver determinado problema específico e, além disso, consegue também reproduzi-lo de forma que suas principais características sejam evidenciadas. Este fator ficou claramente evidenciado no momento das resoluções dos dois problemas e na apresentação que os alunos fizeram para explicar como chegaram aos resultados.

Puentes e Longarezi (2012, p. 4) afirmam que “depois de internalizado o objeto, ele pode ser transmitido, em toda a sua riqueza, pela linguagem, tornando-se um conteúdo socialmente disponível”. Notou-se, durante a aplicação da proposta que os alunos conseguiram internalizar os conceitos para se calcular área e perímetro de figuras planas já que, por meio dos problemas contextualizados aplicados como atividade final, eles aplicaram tais conceitos para resolverem o problema de forma autônoma, sem a interferência direta do professor.

## CONCLUSÃO

A pesquisa buscou responder à questão: quais as contribuições do Ensino Desenvolvidor aliado à Investigação Matemática com a utilização do *software* Geogebra para a formação de conceitos matemáticos relativos ao cálculo de área e perímetro de figuras planas? O estudo se delimitou ao cálculo das áreas do quadrado, do retângulo e do triângulo, pois era um dos conteúdos previstos no cronograma letivo da professora regente da disciplina.

Alguns problemas surgiram para que a proposta fosse aplicada da forma como havia sido estruturada, mas foram contornados e a pesquisa se desenvolveu como o esperado. Um destes problemas foi a disponibilidade de aulas necessárias para que as atividades fossem aplicadas a contento. Outro entrave, um pouco mais grave, foi a estrutura do LIE, como foi mostrado na figura 10, estava completamente desorganizado, com os computadores todos desinstalados e sem acesso à internet. Foi necessário que o próprio pesquisador fizesse, após a reforma da sala, a instalação de todos os equipamentos. No entanto, a disposição e disponibilidade das professoras e coordenadoras responsáveis pelo LIE ajudaram a colocar o laboratório funcionando, antes que se iniciassem as aulas onde a aplicação da proposta seria realizada.

Mesmo com todas as dificuldades enfrentadas, a pesquisa mostrou um resultado satisfatório e alcançou os objetivos propostos. A participação dos alunos foi muito importante para se chegar a esse resultado, pois eles estiveram ativos e participativos durante todas as aulas, o que ajudou no desenvolvimento das atividades de estudo, permitindo realizá-las a contento. A análise dos dados confirmou nossas expectativas, mostrando que os alunos conseguiram se apropriarem dos conceitos por meio da proposta. Assim sendo, os alunos construíram seu próprio conhecimento por meio da mediação realizada pelo professor/pesquisador com atividades que proporcionaram interação com as atividades de estudo, com os colegas e com o próprio professor/pesquisador.

O ensino da Matemática, que muitas vezes é desafiador para o professor, foi implementado pela estrutura e organização das atividades de estudo. Estas atividades, relacionadas com o contexto do aluno e organizadas de forma que estimulasse os alunos a terem o desejo em aprender, fizeram sentido e foram internalizadas pelos alunos de forma que conseguiram aplicar os conceitos estudados em problemas específicos do seu cotidiano. Este fato é confirmado por Davydov, quando aponta que o aluno internaliza o conceito, conseguindo visualizá-lo e aplicá-lo para solucionar problemas onde estes conceitos são ferramentas que possuem significado no contexto social e científico.

Para que as atividades tenham estas características, a ação mediadora do professor é essencial, é ele quem organiza o processo de ensino-aprendizagem de forma que os alunos tenham a possibilidade de estarem autônomos durante a construção do conhecimento. Assim sendo, como citado anteriormente, Libâneo e Freitas (2006, p. 3) afirmam que:

A atividade mediatiza a relação entre o homem e a realidade objetiva. O homem não reage mecanicamente aos estímulos do meio, ao contrário, pela sua atividade, põe-se em contato com os objetos e fenômenos do mundo circundante, atua sobre eles e transforma-os, transformando também a si mesmo.

Vários fatores negativos estão diretamente ligados aos baixos resultados no processo de ensino-aprendizagem. Os alunos são afetados pela falta de investimentos na educação e em políticas públicas desconectadas com a realidade das escolas. Como disse Davydov (1988, p. 28), “se o ensino nas escolas vai contra a educação da intuição Matemática da criança (mais apropriada à realização de estruturas Matemáticas), tem fundamento afirmar que o ensino está mais apto a obstaculizar do que a desenvolver o raciocínio matemático do aluno”.

Para contribuir para a solução de problemas práticos como estes, fazendo com que os alunos consigam utilizar o objeto de estudo como ferramenta de resolução e formulem tais soluções de forma autônoma é que a proposta foi pensada, estruturada e aplicada. Formular atividades que venham se opor ao que está sendo trabalhado atualmente, sem escolha por parte do professor e também por parte dos alunos que, por sua vez, se contentam com o ensino que lhes é apresentado e exposto de forma inadequada para os tempos atuais.

A organização e estruturação das atividades com base no tripé Ensino Desenvolvimental, Investigação Matemática e o *software* Geogebra veio ao encontro do que Davydov espera de um processo de ensino-aprendizagem que levem os alunos a internalizarem os conceitos de forma que consigam aplicá-los em momentos distintos da escola.

O processo de apropriação leva o indivíduo à reprodução, em sua própria atividade, das capacidades humanas formadas historicamente. Durante a reprodução, a criança realiza uma atividade que é adequada (mas não idêntica) à atividade encarnada pelas pessoas nestas capacidades (DAVYDOV, 1988, p. 31).

Assim sendo, várias contribuições puderam ser identificadas durante a aplicação da proposta. O Ensino Desenvolvimental propiciou estruturar as atividades de estudo de forma que alavancassem o processo de ensino-aprendizagem de forma que os alunos sentissem o desejo de aprender, estando motivados a participarem das atividades propostas. O papel do professor como mediador de todo o processo possibilita uma melhor forma de conduzir as aulas, levando

os alunos a estarem ativos durante o processo, facilitando a apropriação dos conceitos estudados.

As etapas propostas pela Investigação Matemática contribuíram efetivamente para o desenvolvimento das atividades, já que nortearam os procedimentos que o professor mediador teria que aplicar durante a realização das atividades por parte dos alunos e também, nas exposições e interrogações feitas durante as aulas.

O *software* matemático Geogebra foi essencial no momento da visualização simbólica dos cálculos efetuados pelos alunos no momento da contextualização, já que o *software* possibilita a criação de figuras planas quaisquer e os alunos demonstraram muita criatividade neste momento da aula. Além disso, foi importante no momento em que os cálculos dos tipos de triângulos foram demonstrados por meio de sua opção de mover os objetos. Consequentemente, mostrou aos alunos e à professora regente as potencialidades que a tecnologia informática proporciona, incentivando o uso de dispositivos de informática como instrumentos facilitadores do processo de ensino-aprendizagem.

Os resultados encontrados só foram possíveis pela integração destes recursos, o Ensino Desenvolvimental, a Investigação Matemática e o *software* Geogebra, haja vista que as bases metodológicas utilizadas propiciaram várias vantagens na elaboração, aplicação e análise das atividades de estudo. Os processos de estruturação das atividades elencadas pelo Ensino Desenvolvimental levaram os alunos a participarem ativamente de todas as etapas das atividades, a Investigação Matemática possibilitou que o pesquisador tivesse o controle de todos os procedimentos necessários durante as aulas e o *software* Geogebra foi um dispositivo que auxiliou de forma prática e objetiva a realização das tarefas por parte dos alunos, mostrando que foi a escolha ideal para a realização das atividades pela sua dinamicidade e fácil manuseio, fatores que não são encontrados facilmente em um único *software*.

Com base nas análises realizadas em todo o processo de aplicação das atividades de estudo, se pode notar que os alunos conseguiram internalizar os conceitos estudados de forma participativa, criativa e estimulante. Cabe então, aos profissionais da Educação Matemática, novos estudos relacionados ao tripé que foi utilizado nesta proposta para que se tenham parâmetros para se comparar resultados de outros conteúdos, alunos com outras faixas etárias e realidades diferentes. Além disso, outras pesquisas podem ser realizadas aliando à Teoria do Ensino Desenvolvimental com outras tendências Matemáticas como, por exemplo, a Modelagem Matemática, a Etnomatemática e a História da Matemática.

A Teoria do Ensino Desenvolvimental proporciona várias possibilidades aos educadores, sua forma de estruturar as atividades de estudo pode ser utilizada por diversas áreas

do conhecimento. Logo, o processo de ensino-aprendizagem da Matemática necessita de mais pesquisas realizadas no âmbito das escolas, mostrando aos professores que existem várias formas de estruturarem suas aulas de acordo com os conteúdos que serão estudados, levando os alunos a sentirem o desejo em aprender um conteúdo que lhes façam sentido e estejam motivados a estarem sempre buscando desenvolverem intelectualmente.

## REFERÊNCIAS

ALONSO, Kátia Morosov; VASCONCELOS, Maria Auxiliadora Marques. **As Tecnologias da Informação e Comunicação e a Aprendizagem Colaborativa no Ensino Fundamental**. 2010. Disponível em: <<http://www6.univali.br/seer/index.php/rc/article/viewFile/2350/2196>>. Acesso em: 10 de jul. de 2015.

AULETE, Caldas. **Minidicionário contemporâneo da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2004.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012.

CASTELLS, Manuel; CARDOSO, Gustavo. **A Sociedade em Rede - Do Conhecimento à Ação Política**. 2006. Conferência promovida pelo Presidente da República. 4 e 5 de Março de 2005 | Centro Cultural de Belém.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação reflexões sobre educação e Matemática**. São Paulo: Summus, 5. ed. Campinas: Ed da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

DAVYDOV, V. V. **Problemas do Ensino Desenvolvimental - A Experiência da Pesquisa Teórica e Experimental na Psicologia**. Tradução de José Carlos Libâneo e Raquel A. M. da Madeira Freitas. 1988. Disponível em: <<http://professor.ucg.br/SiteDocente/admin/arquivosUpload/5146/material/Davydov%20Text%20completo%202009%20jun.doc>>. Acesso em: 04 de jan. de 2015.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. 5a ed. Campinas, sp: Editora da Unicamp, 2011. Tradução Hygino H. Domingues.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. rev. Campinas-SP: Autores Associados, 2012. (Coleção Formação de Professores).

FONSECA FILHO, Clézio. **História da computação [recurso eletrônico]: o caminho do pensamento e da tecnologia**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2007.

FREITAS, Raquel Aparecida Marra da Madeira; LIMONTA, Sandra Valéria. **A educação científica da criança: contribuições da teoria do ensino desenvolvimental**. Linhas Críticas, Brasília, DF, v. 18, n. 35, p. 69-86, jan./abr. 2012.

GOIÁS. Secretaria da Educação do Estado de Goiás - Seduc. **Subsecretaria de Iporá**. 2014. Disponível em: <<http://www.seduc.go.gov.br/subsecretarias/?Ipora>>. Acesso em: 18 de dezembro de 2014.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Cidades – Caiapônia**. 2014. Disponível em: <<http://cidades.ibge.gov.br/xtras/perfil.php?codmun=520440>>. Acesso em: 14 de dezembro de 2014.

KENSKI, Vani Moreira. **Ação Docente e Livro Didático nos Ambientes Digitais**. In: Educação e Tecnologia: Trilhando Caminhos. Cristiane Nova, Lynn Alves organizadoras. — Salvador: Editora da UNEB, 2003. p. 225-235.

KONDER, Leandro. **O que é dialética**. 25. ed. São Paulo: Editora Brasiliense, 1981. Coleção Primeiros Passos.

LÉVY, Pierre. **As tecnologias da inteligência: O Futuro do Pensamento na Era da Informática**. Coleção Trans. Tradução: Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Editora 34, 1993.

LIBÂNEO, José Carlos. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a Teoria Histórico-cultural da Atividade e a contribuição de Vasili Davydov. In: **Revista Brasileira de Educação**. Set /Out /Nov /Dez 2004, N. 27.

\_\_\_\_\_. **O essencial da didática e o trabalho de professor** - em busca de novos caminhos. PUC-GO: Goiânia, 2001.

LIBÂNEO, José Carlos; FREITAS, Raquel A. M. da M. VYGOTSKY, LEONTIEV, DAVYDOV – TRÊS APORTES TEÓRICOS PARA A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA A DIDÁTICA. In: **IV Congresso Brasileiro de História da Educação**. 2006. Eixo temático: 3. Cultura e práticas escolares. Disponível em: <<http://www.sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe4/individuais-coautorais/eixo03/Jose%20Carlos%20Libaneo%20e%20Raquel%20A.%20M.%20da%20M.%20Freitas%20-%20Texto.pdf>>. Acesso em: 12/jan./2014.

\_\_\_\_\_. Vasily Vasilyevich Davydov: a escola e a formação do pensamento teórico-científico. In: LONGAREZI, Andréa Maturano; PUENTES, Roberto Valdés (orgs.). **Ensino Desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos**. EDUFU: Uberlândia, 2013.

LONGAREZI, Andréa Maturano; FRANCO, Patrícia Lopes Jorge. A. N. Leontiev: a vida e a obra do psicólogo da atividade. In: LONGAREZI, Andréa Maturano; PUENTES, Roberto Valdés. **Ensino Desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos**. 2. ed. Uberlândia: EDUFU, 2015.

MACHADO, João Carlos R. **A informática no curso de licenciatura em Matemática na UFPA: os olhares dos alunos**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Federal do Pará. Belém/PA: UFPA, 2005.

MANACORDA, Mario Alighiero. **Marx e a Pedagogia Moderna**. 2 ed. Campinas, Editora Alínea, 2007.

MARX, K. **Manuscritos econômicos e filosóficos** – terceiro manuscrito. Trad. de Alex Marius. São Paulo: Martin Claret, 2004. (Coleção obra prima de cada autor).

\_\_\_\_\_. **Para a crítica da economia política**. Salário, preço e lucro. O rendimento e suas fontes. São Paulo: Abril Cultural, 1982.

MERLO, Clinton André; ASSIS, Raquel Trindade de. **O USO DA INFOMÁTICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA**. REUNI – REVISTA UNIJALES / EDIÇÃO 4 / Nº 4 / ANO V, 2010. ISSN 1980-8925 (versão eletrônica). Disponível em: <<http://www.reuni.pro.br>>. Acesso em: 12/nov./2014.

NERI, Marcelo. **MID – Mapa da Inclusão Digital**. Rio de Janeiro: FGV, CPS, 2012. 109 p. Disponível em: <[http://www.cps.fgv.br/cps/bd/mid2012/MID\\_FT\\_FGV\\_CPS\\_Neri\\_TextoPrincipal\\_Fim\\_GRAFICA\\_fim.pdf](http://www.cps.fgv.br/cps/bd/mid2012/MID_FT_FGV_CPS_Neri_TextoPrincipal_Fim_GRAFICA_fim.pdf)>. Acesso em: 02 de jul. de 2015.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PAULO NETTO, José. **Introdução ao estudo do método de Marx**. 1. ed. São Paulo: Expressão Popular, 2011.

PEIXOTO, Joana; ARAÚJO, Cláudia Helena dos Santos. **Tecnologia e Educação**: algumas considerações sobre o discurso pedagógico contemporâneo. *Educ. Soc.*, Campinas, v. 33, n. 118, p. 253-268, jan.-mar. 2012. Disponível em <<http://www.cedes.unicamp.br>>. Acesso em: 02/fev./2015.

PERES, Thalitta de Carvalho; FREITAS, Raquel Aparecida Mara da Madeira. Ensino Desenvolvidor: uma alternativa para a Educação Matemática. In: **Poiésis - Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação** - Mestrado - Universidade do Sul de Santa Catarina. Unisul, Tubarão, Volume Especial, p. 10 - 20, jan/Jun 2014.

PONTE, J. P; FERREIRA, C. BRUNHEIRA, L; OLIVEIRA, H; VARANDAS, J. Investigando as aulas de investigações Matemáticas. In: ABRANTES, P; PONTE, J. P; FONSECA, H; BRUNHEIRA, L. (Orgs.). **Investigações Matemáticas na aula e no currículo**. Lisboa: Projecto Matemática Para Todos e Associação de Professores de Matemática, 1999.

\_\_\_\_\_. **O trabalho do professor numa aula de investigação Matemática**. 1998. *Quadrante*, 7(2), 41-70.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. 3. ed. rev. ampl. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

PUNTES, Roberto Valdés. LONGAREZI, Andréa Maturano. Escola e Didática Desenvolvidor: seu campo conceitual na tradição da Teoria Histórico-cultural. In: **Educação em Revista**. Belo Horizonte, 2012.

SANCHEZ, Jesús Nicasio Garcia. **Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica**. Porto Alegre: Artmed, 2004.

SILVA, Guilherme Henrique Gomes da; PENTEADO, Miriam Godoy. **O Trabalho Docente com Geometria Dinâmica em uma Perspectiva Investigativa**. 2009. I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia – PPGET. Disponível em: <[http://www.sinect.com.br/anais2009/artigos/10%20Ensinodematematica/Ensinodematematic\\_a\\_artigo17.pdf](http://www.sinect.com.br/anais2009/artigos/10%20Ensinodematematica/Ensinodematematic_a_artigo17.pdf)>. Acesso em: 11/mar./2015. ISBN: 978-85-7014-048-7.

SOARES, Fernanda Chaves Cavalcante. **O Ensino Desenvolvimental e a aprendizagem de Matemática na primeira fase do Ensino Fundamental**. Dissertação (mestrado) – Universidade Católica de Goiás, Mestrado em Educação, 2007.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Franco. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. 1. ed. 22. reimp. São Paulo: Atlas, 2013.

VAZ, Caroline Rodrigues; FAGUNDES, Alexandre Borges e PINHEIRO, Nilcéia A. Maciel. O surgimento da ciência, tecnologia e sociedade (CTS) na educação: uma revisão. **Anais do I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Curitiba, 2009. ISBN: 978-85-7014-048-7. Disponível em: <[http://www.pg.utfpr.edu.br/sinect/anais/artigos/1%20CTS/CTS\\_Artigo8.pdf](http://www.pg.utfpr.edu.br/sinect/anais/artigos/1%20CTS/CTS_Artigo8.pdf)>. Acesso em: 10/out./2013.

VAZ, Duelci Aparecido de Freitas. **Experimentando, Conjecturando, Formalizando e Generalizando: articulando Investigação Matemática com o Geogebra**. Revista Educativa, Goiânia, v. 15, n. 1, p. 39-51, jan./jun. 2012.

VAZ, Duelci Aparecido de Freitas; JESUS, Paulo Cesar Cruvinel de. **Uma sequência didática para o ensino da Matemática com o software Geogebra**. Revista estudos, Goiânia, v. 41, n. 1, p. 59-75, jan./mar. 2014.

VYGOTSKI, Lev Semenovich. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. Organizadores: Michael Cole, Vera John-Steiner, Sylvia Scribner, Ellen Souberman. Tradução: José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 7.<sup>a</sup> ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

\_\_\_\_\_. **Pensamento e Linguagem**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

ZIMMER, Alessandro. **Informática: Histórico e Conceitos**. 2008. Disponível em:  
<[http://www.eletrica.ufpr.br/graduacao/noturno/docs/te207/TP\\_Conceitos\\_de\\_Informatica\\_Computacao\\_rev\\_2008.pdf](http://www.eletrica.ufpr.br/graduacao/noturno/docs/te207/TP_Conceitos_de_Informatica_Computacao_rev_2008.pdf)>. Acesso em: 15/out./2013.

## **APÊNDICES**



## APÊNDICE 1 - A VERSÃO FINAL DO PRODUTO DESENVOLVIDO DURANTE A PÓS-GRADUAÇÃO

O produto final desenvolvido foi um site contendo todas as etapas da pesquisa. O acesso pode ser feito pelo endereço eletrônico [www.aprendizagemmatematica.com](http://www.aprendizagemmatematica.com) ou pelo acesso às dissertações e produtos no site do Programa do Mestrado para o Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás pelo endereço [www.jatai.ifg.edu.br/ppgecm/](http://www.jatai.ifg.edu.br/ppgecm/).

O menu do site está dividido da seguinte forma:



The image shows a screenshot of a website menu titled "Mapa do site". The menu is organized into several sections, each with a bold heading. The sections and their sub-items are:

- Mapa do site**
- A pesquisa**
- Desenvolvimento**
  - [Caracterização](#)
  - [Procedimentos](#)
  - [Aportes teóricos](#)
    - [Investigação Matemática](#)
    - [Informática na Educação Matemática](#)
    - [A Teoria do Ensino Desenvolvidamental](#)
  - [Atividades](#)
    - [Justificativa e Detalhamento](#)
    - [Análises](#)
  - [Internalização dos Conceitos](#)
  - [Conclusão](#)
  - [Referências](#)
- Pesquisadores**
  - [Contate-nos](#)
- Sites de Matemática**

---

A PÁGINA INICIAL explica a proposta do site. Além disso, descreve alguns elementos da pesquisa os quais levam o leitor a ter interesse em navegar pelas outras páginas que contêm o desenvolvimento geral da pesquisa. Identifica ainda qual é o público alvo e a

intenção em intensificar os debates sobre a metodologia utilizada com outros profissionais da área. Para isso, há um ícone de acesso direto para o formulário de envio de mensagens.

IFG - Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de Goiás - Câmpus Jataí

[Página inicial](#)  
[A pesquisa](#)  
[Desenvolvimento](#)  
[Pesquisadores](#)  
[Sites de Matemática](#)

**ENSINO DESENVOLVIMENTAL:**  
 “ensino capaz de impulsionar o desenvolvimento”

Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática

Pesquisar no site

Bem-vindo ao nosso site

Este site é o produto desenvolvido na dissertação do Mestrado Profissional para o Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - Câmpus Jataí com o tema "FORMAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS: UM ESTUDO BASEADO NA TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL". A pesquisa foi aplicada aos alunos do sexto ano do Ensino Fundamental do Colégio Estadual PM em novembro de 2014. As aulas foram realizadas no LIE - Laboratório de Informática

Matemática para todos

A página A PESQUISA traz o resumo da pesquisa, abordando a justificativa, a questão de pesquisa, as hipóteses, os objetivos geral e específicos, um breve recorte do referencial teórico que embasou a estrutura das atividades de estudo, as dificuldades enfrentadas e algumas conclusões.

Na página APORTE TEÓRICOS consta o embasamento em que a pesquisa foi estruturada para a elaboração das atividades de estudos. Está dividida em três subitens, iniciando com A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA descrevendo todas as suas etapas e suas características essenciais. Em seguida consta a INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, que está dividida em DESENVOLVIMENTO DA INFORMÁTICA, A INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, A INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA e O SOFTWARE GEOGEBRA. O último tópico desta página está se referindo A TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL e, para uma melhor compreensão desta teoria, o capítulo foi iniciado com a base com que foi desenvolvida, tendo como tópicos AS INFLUÊNCIAS DE L. S. VYGOTSKY E KARL MARX e A TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL DE V. V. DAVYDOV.

A página DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA descreve todos os procedimentos que foram utilizados para que a pesquisa fosse realizada a contento. Está dividida em três partes. Inicia-se com a CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA E DOS ALUNOS, onde estão expostas as características da escola, sua estrutura física e sua história e, também, as características sociais e educacionais dos alunos. Em seguida constam os PROCEDIMENTOS

METODOLÓGICOS que foram utilizados para a todas as etapas da pesquisa, desde a delimitação do objeto de estudo até suas análises. Conclui-se esta página com o REFERENCIAL TEÓRICO que foi utilizado para embasar as atividades de estudos.

Na página ATIVIDADES estão as justificativas e detalhamento de cada atividade que foi trabalhada em sala de aula e suas análises. Logo, está dividida em DETALHAMENTO E JUSTIFICATIVAS e ANÁLISES. Ao acessar cada um destes itens têm a opção de abrir cada atividade individualmente.

A CONCLUSÃO aborda os principais pontos da pesquisa. Uma análise da teoria de ensino que foi utilizada é feita de acordo com os resultados encontrados durante a realização das atividades de estudo. Os pontos positivos e negativos do desenvolvimento da pesquisa são elencados de forma a levar o leitor o mais próximo da realidade das atividades e suas características essenciais.

A página SOBRE NÓS traz um currículo resumido dos pesquisadores, com *link* direto ao currículo Lattes.

Com o intuito de ter um canal direto com outros pesquisadores ou alunos, foi criada a página CONTATE-NOS. Consta um formulário de envio de mensagem e outro com a opção de deixar comentários na rede social *Facebook*.

A última página, SITES DE MATEMÁTICA, sugere alguns sites relacionados à disciplina de Matemática como o SóMatemática e o Matematiquês. Traz, também, algumas instituições ligadas ao ensino de Matemática, como a Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM e a Sociedade Brasileira de Matemática SBM.



## APÊNDICE 2 - QUESTIONÁRIO – RESPONSÁVEIS



**PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU* EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**  
Rua Riachuelo, nº 2090, Setor Samuel Graham, Jataí-GO, CEP: 75.804-020 - Jataí/GO –  
[posgrad@jatai.ifg.edu.br](mailto:posgrad@jatai.ifg.edu.br)

### QUESTIONÁRIO PARA OS RESPONSÁVEIS

**Diagnóstico Socioeconômico dos responsáveis pelos alunos.**

1 - Qual seu grau de parentesco com o aluno? \_\_\_\_\_

2 - Quantas pessoas moram em sua casa? \_\_\_\_\_

3 - Qual seu tipo de moradia?

- Própria
- Alugada
- Cedida
- Financiada

4 – Profissão dos responsáveis

Pai: \_\_\_\_\_

Mãe: \_\_\_\_\_

Outro: \_\_\_\_\_

5 – Estado civil dos pais:

- casados
- divorciados
- solteiros
- amasiados

7 - Qual é o grau de Instrução?

**Da mãe ( ) ou outro responsável ( ):**

- Não alfabetizado
- Superior incompleto
- Lê e escreve, mas nunca esteve na escola
- Superior completo
- Fundamental incompleto
- Pós-graduação incompleta
- Fundamental completo
- Pós graduação completa
- Médio incompleto
- Médio completo

**Do pai ( ) ou outro responsável ( ):**

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Não alfabetizado                         | <input type="checkbox"/> Médio completo           |
| <input type="checkbox"/> Lê e escreve, mas nunca esteve na escola | <input type="checkbox"/> Superior incompleto      |
| <input type="checkbox"/> Fundamental incompleto                   | <input type="checkbox"/> Superior completo        |
| <input type="checkbox"/> Fundamental completo                     | <input type="checkbox"/> Pós-graduação incompleta |
| <input type="checkbox"/> Médio incompleto                         | <input type="checkbox"/> Pós graduação completa   |

8 – Quando estudava, gostava da disciplina de Matemática?

- Sim, porquê? \_\_\_\_\_
- Não, porquê? \_\_\_\_\_

9 – Ajudam os filhos nas tarefas de casa?

- Sim, porquê? \_\_\_\_\_
- Não, porquê? \_\_\_\_\_

10 - Em sua casa, quantas pessoas trabalham? \_\_\_\_\_

11 - Qual a renda total da família?

- Até um salário
- Mais de um salário até 2 salários
- Mais de 2 salários até 3 salários
- Mais de 3 salários até 6 salários
- Mais de 6 salários

12 - Existem pessoas em sua casa que são aposentadas?

- Sim, quantas? \_\_\_\_\_
- Não

13 - Quais atividades a família realiza nos momentos de lazer?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

14 - Em sua casa possui: DVD?  Sim  Não

Geladeira?  Sim  Não

Freezer?  Sim  Não

Aparelho de som?  Sim  Não

Computador (*notebook, tablet, etc*)?  Sim  Não

Acesso à Internet? ( ) Sim ( ) Não

Fogão a gás? ( ) Sim ( ) Não

Microondas? ( ) Sim ( ) Não

Televisão? ( ) Sim ( ) Não

15 – Frequenta as reuniões da escola?

( ) Sim

( ) Não. Porquê? \_\_\_\_\_

16 – Acompanha as atividades de seu filho na escola?

( ) Sim, porquê? \_\_\_\_\_

( ) Não, porquê? \_\_\_\_\_

17 – Dê sua opinião sobre a importância que os estudos têm para seu filho:

\_\_\_\_\_

18 - Dê sua opinião sobre a escola, estrutura física, professores e direção:

\_\_\_\_\_



## APÊNDICE 3 - QUESTIONÁRIO – ALUNOS



**PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU* EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**  
**Rua Riachuelo, nº 2090, Setor Samuel Graham, Jataí-GO, CEP: 75.804-020 - Jataí/GO –**  
**posgrad@jatai.ifg.edu.br**

### QUESTIONÁRIO PARA OS ALUNOS

1 - Possui computador (*notebook, tablet, etc*) em sua residência?

- ( ) Sim, com acesso à internet ( ) Não  
( ) Sim, sem acesso à internet

2 - Onde você utiliza computador (*notebook, tablet, etc*)?

- ( ) Em casa ( ) Casa de amigos ( ) Não utilizo  
( ) *Lan House* ( ) Na escola

3 - Com que finalidade você utiliza o computador (*notebook, tablet, etc*)?

- ( ) Jogos ( ) *Facebook* (outras redes sociais)  
( ) Estudos ( ) Outro \_\_\_\_\_

4 - Quantas horas por dia você usa o computador (*notebook, tablet, etc*)?

- ( ) Até 1 hora ( ) Mais de 3 horas até 5 horas  
( ) Mais de 1 hora até 3 horas ( ) Mais de 5 horas

5 - Já utilizou o computador (*notebook, tablet, etc*) para estudar Matemática?

- ( ) Não  
( ) Sim, qual programa utilizou?

---

6 – Quem te ajuda a fazer as tarefas de casa?

---

7 - Para você, qual a grande importância da utilização do computador (*notebook, tablet, etc*) para estudar Matemática?

---

---

8 – Já utilizou o Laboratório de Informática da Escola na aula de Matemática?

( ) Não

( ) Sim

9 – Já utilizou algum material concreto para aprender Matemática?

( ) Não

( ) Sim, quais? \_\_\_\_\_

10 – Quantas horas por dia você estuda?

( ) até 1 hora

( ) mais de 1 hora até 2 horas

( ) mais de 2 horas até 3 horas

( ) mais de 3 horas

11 – Você gosta da disciplina de Matemática?

( ) Sim, justifique sua resposta: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

( ) Não, justifique sua resposta: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

12 – Você acha que a Matemática é importante para o seu dia-a-dia?

( ) Sim, justifique sua resposta: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

( ) Não, justifique sua resposta: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

13 – O que é a Matemática para você? Escreva nas linha abaixo:

---

---

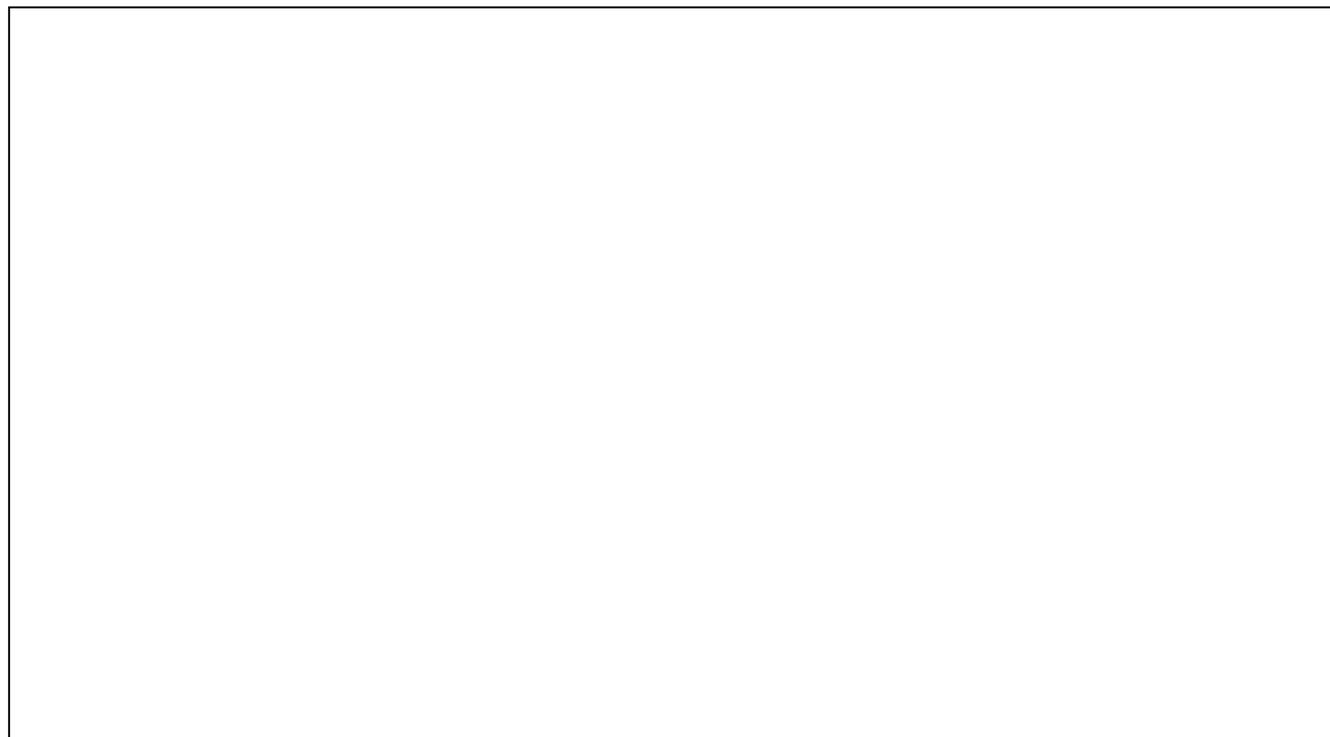
---

---

---

---

14 – No quadro abaixo, faça um desenho que represente a Matemática na sua vida.

A large empty rectangular box with a thin black border, intended for a drawing that represents mathematics in the student's life.



## APÊNDICE 4 - SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA REALIZAÇÃO DE PESQUISA ACADÊMICO-CIENTÍFICA



PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU* EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Rua Riachuelo, nº 2090, Setor Samuel Graham, Jataí-GO, CEP: 75.804-020 - Jataí/GO –  
posgrad@jatai.ifg.edu.br

### **Solicitação de autorização para realização de pesquisa acadêmico-científica**

Por meio do presente instrumento, solicitamos a diretora do Colégio Estadual PM, autorização para a realização de atividades de pesquisa relacionadas ao Projeto de Pesquisa do Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática de responsabilidade de Kliver Moreira Barros, para aplicar o estudo “A INTEGRAÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL E DE TECNOLOGIAS PARA A FORMAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL”, orientado pelo professor Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz. O presente trabalho pretende analisar, a partir de uma intervenção didática numa sala de aula de Matemática, a interferência do ensino desenvolvimental para a formação de conceitos. Tem como objetivo principal reconhecer como o ensino desenvolvimental aliado a Investigação Matemática e o *software* matemático GeoGebra contribui para que os alunos consigam construir seus conceitos acerca de Áreas e Perímetros de figuras planas e se constituam sujeitos pensantes e críticos, capazes de pensar e lidar com conceitos, argumentar, resolver problemas, diante de dilemas e problemas da vida prática, estando aptos a participar ativa e criticamente na vida social, política, profissional e cultural (LIBÂNEO, 2004).

Serão desenvolvidas, no âmbito das aulas de Matemática, atividades no Laboratório de Informática para a utilização do *software* GeoGebra e de materiais concretos na sala de aula. Poderão participar destas atividades, além dos alunos do sexto ano do Ensino Fundamental, a professora regente e a direção da instituição de ensino. As informações prestadas pelos sujeitos participantes da pesquisa e os dados coletados tem garantia de anonimato e serão tratadas de forma a evitar constrangimentos e prejuízos de qualquer natureza a cada um dos participantes.

Os sujeitos também poderão, a qualquer momento, deixar de participar da referida pesquisa. A instituição também poderá revogar a autorização, caso seja concedida.

Jataí, 30 de setembro de 2014.

---

**Profa. Dra. Luciene Lima de Assis Pires**

Coordenadora do Curso de Mestrado em Educação para  
Ciências e Matemática  
IFG - Câmpus Jataí - Portaria 713 de 01/06/2012.

---

**Kliver Moreira Barros**

Pesquisador responsável  
Telefones: 64-3663-1892 / 64-9960-9458

A referida solicitação foi ( ) Deferida ( ) Indeferida.

---

Local e data.

---

## APÊNDICE 5 - TERMO DE CONSENTIMENTO DE LIVRE ESCLARECIMENTO



### PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU* EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Rua Riachuelo, nº 2090, Setor Samuel Graham, Jataí-GO, CEP: 75.804-020 - Jataí/GO –  
posgrad@jatai.ifg.edu.br

## TERMO DE CONSENTIMENTO DE LIVRE ESCLARECIMENTO

Você está sendo convidado(a) para participar, como voluntário(a), de uma pesquisa. Sou Kliver Moreira Barros, pesquisador responsável e minha área de atuação é Ensino de Matemática.

Após receber os esclarecimentos e as informações a seguir, no caso de aceitar fazer parte do estudo, assine o CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO COMO SUJEITO DA PESQUISA, que está em duas vias. Uma delas é sua e a outra é do pesquisador responsável. Em caso de recusa, você não será penalizado(a) de forma alguma. Em caso de dúvida **sobre a pesquisa**, você poderá entrar em contato com os pesquisadores responsáveis Kliver Moreira Barros ou Duelci Aparecido de Freitas Vaz nos telefones: 64-3663-1892 ou 64-3632-8600. Em casos de dúvidas **sobre os seus direitos** como participante nesta pesquisa, você poderá entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa do IFG Câmpus Jataí, nos telefones: (064) 3632-8600, Ramal 8652.

### **INFORMAÇÕES IMPORTANTES SOBRE A PESQUISA**

- *Aplicação do Projeto de Pesquisa - A INTEGRAÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL E DE TECNOLOGIAS PARA A FORMAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL;*
- *O presente projeto tem como foco principal analisar a partir de uma intervenção didática na sala de aula de Matemática, a interferência do ensino desenvolvimental*

*para a formação de conceitos. Tem como objetivo principal reconhecer como o ensino desenvolvimental de Davydov aliado a Investigação Matemática proposta por Ponte et al (2013) e o software matemático GeoGebra contribui para que os alunos consigam construir seus conceitos acerca de Sistemas de Medidas e se constituam sujeitos pensantes e críticos, capazes de pensar e lidar com conceitos, argumentar, resolver problemas, diante de dilemas e problemas da vida prática, estando aptos a participar ativa e criticamente na vida social, política, profissional e cultural (LIBÂNEO, 2004).*

*- A metodologia será utilizada nas aulas de Matemática, de acordo com o consentimento dos responsáveis legais de cada aluno, momento em que o pesquisador efetuará as análises acerca do desenvolvimento das tarefas efetuadas no Laboratório de Informática e na sala de aula sobre as diversas variáveis que envolvem a metodologia utilizada e as atitudes destes em contato com o software GeoGebra e com os objetos concretos;*

*- Salienta-se que não haverá despesas e gratificações financeiras para que os alunos participem da pesquisa;*

*- As informações advindas das análises das aulas serão utilizadas para avaliação da metodologia aplicada;*

*- Tanto os alunos, quanto o professor e a direção poderão cancelar o termo de autorização e se desligarem da pesquisa em qualquer momento, não acarretando prejuízos a nenhuma das partes;*

*- Salienta-se que as informações dos alunos e de seus responsáveis serão utilizadas apenas pelo pesquisador e seu orientador para efetuar as análises da metodologia aplicada nas aulas. Para tanto, os nomes, fotos e filmagens não serão expostos para outras pessoas ou divulgadas nos meios de comunicação.*

*- Após a assinatura no termo de consentimento, solicitamos que os questionários que estão em anexo sejam preenchidos e devolvidos para o pesquisador.*

*- Não é necessário identificar os questionários com os nomes dos alunos ou dos responsáveis.*

*- Contato do pesquisador: [kliver@unirv.edu.br](mailto:kliver@unirv.edu.br) / 64-9960-9458.*

## APÊNDICE 6 - CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO COMO SUJEITO DA PESQUISA



PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU* EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Rua Riachuelo, nº 2090, Setor Samuel Graham, Jataí-GO, CEP: 75.804-020 - Jataí/GO –  
posgrad@jatai.ifg.edu.br

### CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO COMO SUJEITO DA PESQUISA

Eu, **NOME DO ALUNO**, abaixo assinado, concordo em participar do estudo “A INTEGRAÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL E DE TECNOLOGIAS PARA A FORMAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL”, como sujeito. Fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) pelo pesquisador Kliver Moreira Barros sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação. Foi-me garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade.

Caiapônia, 09 de setembro de 2014.

---

**NOME DO ALUNO**

### RESPONSÁVEL LEGAL

Eu, \_\_\_\_\_, ( ) RG/ ( ) CPF \_\_\_\_\_, abaixo assinado, responsável por ADRIELE LACERDA ARAÚJO, autorizo sua participação no estudo “A INTEGRAÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL E DE TECNOLOGIAS PARA A FORMAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL”, como sujeito. Fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) pelo pesquisador Kliver Moreira Barros sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da sua participação. Foi-me garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade ou interrupção do acompanhamento/ assistência/tratamento prestado ao sujeito pesquisado.

Caiapônia, 09 de setembro de 2014.

---

**RESPONSÁVEL LEGAL**



## **ANEXOS**



## **ANEXO 1 - ESCALA DE PROFICIÊNCIA EM MATEMÁTICA - PISA 2012**

### **Nível 6 - Limite inferior de pontos Características das atividades: 669,3**

No Nível 6, os estudantes são capazes de conceituar, generalizar e utilizar informações com base em suas investigações e em modelagem de situações-problema complexas. Conseguem estabelecer ligações entre diferentes fontes de informação e representações, e de transitar entre elas com flexibilidade. Os estudantes situados neste nível utilizam pensamento e raciocínio matemáticos avançados. São capazes de associar sua percepção e sua compreensão a um domínio de operações e relações Matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações. Os estudantes situados neste nível são capazes de formular e comunicar com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como de adequá-las às situações originais.

### **Nível 5 - Limite inferior de pontos Características das atividades: 607,0**

No Nível 5, os estudantes são capazes de desenvolver modelos para situações complexas e trabalhar com eles, identificando restrições e especificando hipóteses. Conseguem selecionar, comparar e avaliar estratégias adequadas de resolução de problemas para lidar com problemas complexos relacionados a esses modelos. Os estudantes situados neste nível são capazes de trabalhar estrategicamente, utilizando habilidades de pensamento e raciocínio abrangentes e bem desenvolvidas, representações conectadas de maneira adequada, caracterizações simbólicas e formais, e percepção relativa a essas situações. São capazes de refletir sobre suas ações e de formular e comunicar suas interpretações e seu raciocínio.

### **Nível 4 - Limite inferior de pontos Características das atividades: 544,74**

No Nível 4, os estudantes conseguem trabalhar de maneira eficaz com modelos explícitos para situações concretas complexas, que podem envolver restrições ou exigir formulação de hipóteses. São capazes de selecionar e integrar diferentes representações, inclusive representações simbólicas, relacionando-as diretamente a aspectos de situações da vida real. Nesses contextos, os estudantes situados neste nível são capazes de utilizar habilidades desenvolvidas e raciocínio, com flexibilidade e alguma percepção. São capazes de construir e comunicar explicações e argumentos com base em interpretações, argumentos e ações.

### **Nível 3 - Limite inferior de pontos Características das atividades: 482,4**

No Nível 3, os estudantes são capazes de executar procedimentos descritos com clareza, inclusive aqueles que exigem decisões sequenciais. Conseguem selecionar e aplicar estratégias simples de resolução de problemas. Os estudantes situados neste nível são capazes de interpretar e utilizar representações baseadas em diferentes fontes de informação e de raciocinar diretamente a partir delas. Conseguem desenvolver comunicações curtas que relatam interpretações, resultados e raciocínio.

### **Nível 2 - Limite inferior de pontos Características das atividades: 420,1**

No Nível 2, os estudantes são capazes de interpretar e reconhecer situações em contextos que não exigem mais do que inferência direta. São capazes de extrair informações relevantes de uma única fonte e de utilizar um modo simples de representação. Os estudantes situados neste nível conseguem empregar algoritmos, fórmulas, procedimentos ou convenções de nível básico. São capazes de raciocinar diretamente e de fazer interpretações literais dos resultados.

### **Nível 1 - Limite inferior de pontos Características das atividades: 357,8**

No Nível 1, os estudantes são capazes de responder a questões definidas com clareza, que envolvem contextos conhecidos, nas quais todas as informações relevantes estão presentes. Conseguem identificar informações e executar procedimentos rotineiros de acordo com instruções diretas em situações explícitas. São capazes de executar ações óbvias e dar continuidade imediata ao estímulo dado.